



**GISLENE ARAUJO PEREIRA**

**ESTIMADORES RIDGE GENERALIZADOS  
ADAPTADOS EM MODELOS DE EQUAÇÕES  
ESTRUTURAIS: ESTUDO DE SIMULAÇÃO E  
APLICAÇÃO NO PERFIL DE CONSUMIDORES DE  
CAFÉ**

**LAVRAS - MG**

**2014**

**GISLENE ARAUJO PEREIRA**

**ESTIMADORES RIDGE GENERALIZADOS ADAPTADOS EM  
MODELOS DE EQUAÇÕES ESTRUTURAIS: ESTUDO DE  
SIMULAÇÃO E APLICAÇÃO NO PERFIL DE CONSUMIDORES DE  
CAFÉ**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Doutor.

Orientador  
Dr. Marcelo Ângelo Cirillo

LAVRAS - MG  
2014

**Ficha Catalográfica Elaborada pela Coordenadoria de Produtos e  
Serviços da Biblioteca Universitária da UFLA**

Pereira, Gislene Araújo.

Estimadores Ridge generalizados adaptados em modelos de equações estruturais : estudo de simulação e aplicação no perfil de consumidores de café / Gislene Araújo Pereira. – Lavras : UFLA, 2014.

80 p. : il.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Lavras, 2014.

Orientador: Marcelo Ângelo Cirillo.

Bibliografia.

1. Multicolinearidade. 2. Regressão Ridge Generalizada. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD – 519.5

**GISLENE ARAUJO PEREIRA**

**ESTIMADORES RIDGE GENERALIZADOS ADAPTADOS EM  
MODELOS DE EQUAÇÕES ESTRUTURAIS: ESTUDO DE SIMULAÇÃO  
E APLICAÇÃO NO PERFIL DE CONSUMIDORES DE CAFÉ**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Doutor.

APROVADA em 31 de julho de 2014.

Dra. Carla Regina Guimarães Brighenti	UFSJ
Dra. Evelise Roman Corbalan Gois Freire	UFLA
Dra. Fortunato Silva Menezes	UFLA
Dra. Lúcia Pereira Barroso	USP

Dr. Marcelo Ângelo Cirillo  
Orientador

**LAVRAS – MG**

**2014**

*Às duas pessoas mais importantes da minha vida: Luís Henrique e Rosa.*

**DEDICO**

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por me dar forças e nunca me desamparar, não só neste momento, mas em todos os momentos de minha vida.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Marcelo Ângelo Cirillo, por ter aceitado a função de me orientar, pela motivação, pela amizade e pela sabedoria, na condução do trabalho, que foram fundamentais neste momento tão importante de minha vida profissional e pessoal.

À minha amada mãe Rosa, a pessoa que mais contribuiu para a realização deste trabalho. Primeiramente, por cuidar de meu filho, em minhas ausências, permitindo, assim, que eu me dedicasse sem culpas ao trabalho. Se não bastasse, agradeço, também, pelo amor, carinho e, principalmente, pela paciência que sempre me dedicou e que, nesse momento crucial, foi de sua importância.

Ao meu filho, pelas concessões que teve que fazer neste período. Agradeço, também, por estar sempre com um lindo sorriso no rosto, lembrando-me, todos os dias, que tudo vale a pena.

Aos meus amados irmãos, Gilberto e Gilson, pelo amor e apoio que sempre me dedicaram, por estarem sempre à disposição e torcerem pelo meu êxito em mais esta etapa da minha vida.

Às minhas cunhadas, Val e Erica, por todo apoio e carinho.

À querida amiga Letícia, pelo companheirismo, durante todo este período e pela inestimável amizade.

À Universidade Federal de Alfenas-UNIFAL-MG (Campus Varginha), em especial ao Instituto de Ciências Sociais Aplicadas-ICSA, pela oportunidade concedida considerando o afastamento de minhas funções.

Aos colegas Professores do ICSA, em especial aos do grupo da Estatística, pelos esforços coletivos e individuais, os quais foram fundamentais para que eu pudesse desenvolver este trabalho.

À Universidade Federal de Lavras (UFLA), por intermédio do Departamento de Ciências Exatas, pela oportunidade.

Enfim, agradeço a todos que direta ou indiretamente contribuíram para que eu chegasse até aqui.

## RESUMO

A modelagem de equações estruturais (SEM-*Structural Equation Modeling*) é uma metodologia multivariada que permite incorporar variáveis que não podem ser medidas diretamente, mas podem ser representadas ou medidas por variáveis observáveis; e, também, analisar, simultaneamente, várias relações de causa e efeito entre um conjunto de variáveis. Na realização de uma modelagem estatística, é comum se deparar com variáveis multicolineares, as quais requerem um tratamento específico, com a implementação de métodos alternativos, sendo o método ridge o mais usual. A presença de multicolinearidade entre as variáveis, poderá ocasionar o problema da singularidade numérica envolvida no cálculo das matrizes inversas presentes nos métodos de estimação. A multicolinearidade é detectada em modelos de regressão, nos quais as variáveis independentes são fortemente correlacionadas. Dado o fato de que um modelo SEM envolve relações lineares, em inúmeras aplicações onde a SEM é indicada, naturalmente, depara-se com esse problema. Diante disso, este trabalho foi realizado com o objetivo de adaptar os estimadores ridge generalizados à SEM, com a proposta de aplicar os modelos estruturais adaptados à descrição do perfil de um grupo de consumidores de café. Com este propósito, um estudo de simulação Monte Carlo foi realizado considerando diferentes tamanhos amostrais e diferentes graus de multicolinearidade. Também, foi analisado o comportamento dos estimadores ridge generalizados, no estudo da descrição do perfil de um grupo de consumidores de café. Concluiu-se que, diante da presença de variáveis observadas multicolinearidade, independente do tamanho amostral ou do grau de multicolinearidade, os estimadores ridge generalizados apresentaram EQM menores do que o tradicional estimador de mínimos quadrados ordinários. Mesmo apresentando a vantagem de resultarem EQM relativamente menores que o estimador de mínimos quadrados ordinários, os estimadores ridge generalizado foram na maioria dos casos analisados, responsáveis pelos maiores vieses. Entretanto, observou-se que quanto maior o tamanho amostral e o grau de multicolinearidade, mais os vieses dos estimadores ridge generalizados se aproximavam dos vieses empíricos do estimados de mínimos quadrados ordinários. No estudo da descrição de perfil de um grupo de consumidores de café, os estimadores ridge generalizados, também, mostraram-se igualmente eficientes na redução do EQM. Sendo assim, pode-se concluir que os estimadores ridge generalizados foram adaptados com sucesso à modelagem de equações estruturais.

Palavras-chave: Multicolinearidade. Regressão Ridge Generalizada.

## ABSTRACT

The Structural Equation Modelling (SEM) is a multivariate methodology, that allow us incorporating variables that cannot be directly measured, but which can be presented or measured by using observed variables. It also allow us analyzing simultaneously various relations of cause and effect among a set of variables. In the process of statistical modelling, is common facing multicollinear variables, which require a specific treatment, with the implementation of a lternative methods, by ridge-based method being the most used. The presence of multicollinearity among variables can cause the problem of numerical singularity involved in the calculation of inverse matrix, present in the estimation methods. The multicollinearity is detected in regression models on which independent variables are strongly correlated. Because the SEM-based model involves linear relations, on many applications, where SEM-based methodology is recommended, it is common facing this problem. Thus, we sought here to adapt the generalized ridge estimators to SEM-based methodology, with the proposal of applying the model-adaptive structural, the description of the profile of a group of coffee consumers. Then, a Monte Carlo simulation study was carried out considering different sample sizes and different multicollinearity degrees. We also analyzed the characterization of generalized ridge estimators. According to results, we found that with the presence of multicollinearity observed variables, regardless the sample size or the multicollinearity degree, the generalized ridge estimators show less Mean Square Error (MSE) than the traditional estimator of Ordinary Least Squares (OLS). Even presenting the advantage of resulting in MSE relatively smaller than the OLS estimator, the generalized ridge estimators were, in the majority of cases, analyzed and then responsible for great biases. However, we found that as sample size and the multicollinearity degree increase, the generalized ridge estimators biases get close to the empirical biases of the OLS estimator. By studying the profile description of a set of coffee consumers, we found that the generalized ridge estimators were also equally efficient in the reduction of MSE. Therefore, we conclude that the generalized ridge estimators were successfully adapted to Structural Equation Modelling.

Key-words: Multicollinearity. Generalized Ridge Regression.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Diagrama de Caminhos para um Modelo de SEM. . . . .	18
Figura 2	Diagrama de Caminhos com Indicadores (a) Reflexivos e (b) Formativos . . . . .	21
Figura 3	Representação gráfica dos modelos de equações estruturais a serem utilizados no processo de simulação Monte Carlo: (A) Modelo Estrutural com setas contínuas indica o modelo com especificação correta ; (B) Modelo com seta pontilhada, indica modelo com erro de especificação na omissão de $\xi_1$ ; (C) Modelo com seta pontilhada, indica modelo com erro de especificação na omissão conjunta de $\xi_1$ e $\xi_2$ . . . . .	40
Figura 4	Diferença percentual entre os vieses obtidos pelos estimadores ridge generalizados e pelo estimador de mínimos quadrados ordinários, para o parâmetro $\gamma_1$ , do modelo estrutural sem erro de especificação. . . . .	49
Figura 5	Diferença percentual entre os vieses obtidos pelos estimadores ridge generalizados e pelo estimador de mínimos quadrados ordinários, para o parâmetro $\gamma_2$ , do modelo estrutural sem erro de especificação. . . . .	50
Figura 6	Diferença percentual entre os vieses obtidos pelos estimadores ridge generalizados e pelo estimador de mínimos quadrados ordinários, para o parâmetro $\gamma_3$ , do modelo estrutural sem erro de especificação. . . . .	51
Figura 7	Representação gráfica para o modelo proposto. . . . .	56

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Estimadores Ridge Generalizados . . .	34
Tabela 2	Estimadores Ridge Generalizados Adaptados à SEM	39
Tabela 3	Tamanhos amostrais e graus de multicolinearidade considerados na simulação de Monte Carlo . . . . .	40
Tabela 4	Categorias das questões considerando as variáveis observadas (X)	43
Tabela 5	Estimativa dos Erros Quadráticos Médio (EQM), do modelo estrutural sem erro de especificação, considerando diferentes tamanhos amostrais e diferentes graus de multicolinearidade . . . . .	45
Tabela 6	Estimativas dos vieses para o parâmetro $\gamma_3$ , do modelo estrutural sem erro de especificação, considerando diferentes tamanhos amostrais e diferentes graus de multicolinearidade . . . . .	46
Tabela 7	Diferença percentual entre os vieses obtidos pelo modelo sem erro de especificação, e pelo do modelo estrutural com erro de especificação na omissão de $\xi_1$ , para o parâmetro $\gamma_3$ . . . . .	53
Tabela 8	Diferença percentual entre os vieses obtidos pelo modelo sem erro de especificação, e pelo do modelo estrutural com erro de especificação na omissão conjuntamente de $\xi_1$ e $\xi_2$ , para o parâmetro $\gamma_3$ . . . . .	54
Tabela 9	Cargas Fatoriais rotacionadas-VARIMAX .	55
Tabela 10	Estimativas do Erro Quadrático Médio (EQM) para o modelo estrutural . . . . .	57
Tabela 11	Estimativas dos parâmetros para o modelo com inclusão de Variáveis latentes . . . . .	58
Tabela 12	Estimadores Ridge Generalizados Adaptados à SEM	73
Tabela 13	Estimativas dos Viés para o parâmetro $\gamma_1$ , do modelo estrutural sem erro de especificação, considerando diferentes tamanhos amostrais e diferentes graus de multicolinearidade . . . . .	78
Tabela 14	Estimativas dos Viés para o parâmetro $\gamma_2$ , do modelo estrutural sem erro de especificação, considerando diferentes tamanhos amostrais e diferentes graus de multicolinearidade. . . . .	79

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	10
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b>	12
<b>2.1</b>	<b>Modelagem de Equações Estruturais-SEM</b>	12
<b>2.1.1</b>	<b>Formulação de um Modelo Estrutural</b>	13
<b>2.1.2</b>	<b>Etapas da Modelagem de Equações Estruturais</b>	16
<b>2.2</b>	<b>Multicolinearidade</b>	31
<b>2.3</b>	<b>Regressão Ridge Generalizada</b>	32
<b>2.4</b>	<b>Importância e Consumo de Café no Brasil</b>	34
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	36
<b>3.1</b>	<b>Adaptação dos Estimadores Ridge Generalizados à Modelagem de Equações Estruturais</b>	36
<b>3.2</b>	<b>Especificação do Modelo Estudado e Cenários de Avaliação</b>	38
<b>3.3</b>	<b>Aplicação no Perfil de Consumidores de Café</b>	41
<b>4</b>	<b>RESULTADOS e DISCUSSÃO</b>	44
<b>4.1</b>	<b>Estudos de simulação dos estimadores ridge generalizados considerando modelo de equação estrutural sem erro de especificação</b>	44
<b>4.2</b>	<b>Estudos de simulação dos estimadores ridge generalizados considerando modelo de equação estrutural com erros de especificação</b>	52
<b>4.3</b>	<b>Aplicação de modelos de equações estruturais ridge generalizados ao perfil de consumidores de café</b>	55
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	60
	<b>REFERÊNCIAS</b>	61
	<b>APÊNDICES</b>	66

## 1 INTRODUÇÃO

Os modelos de equações estruturais, em síntese, envolvem técnicas multivariada, tais como análise de estrutura de covariância, análise fatorial confirmatória e análise de variáveis latentes. Sendo assim, a modelagem de equações estruturais (*SEM-Structural Equation Modeling*) é uma metodologia que permite incorporar variáveis latentes ou constructos <sup>1</sup> e também, analisar várias relações de dependência entre as variáveis envolvidas no modelo.

Basicamente, um modelo de equações estruturais é composto de um sistema de equações lineares, formado em dois subsistemas, representados, respectivamente, pelas variáveis latentes, dadas no modelo estrutural, que especificam as relações de causa e efeito entre as variáveis latentes, apresentando os efeitos causais e o total da variância não explicada; e pelas variáveis observáveis descritas pelo modelo de mensuração, que especifica como as variáveis latentes são mensuradas pelas variáveis observadas, descrevendo sua validade e confiabilidade.

Em se tratando dos métodos de estimação, convém salientar que o procedimento a ser adotado é mais complexo em razão da presença de variáveis latentes. Os métodos de estimação mais citados na literatura, de acordo Bollen (1989), são métodos de estimação de Máxima Verossimilhança e Mínimos Quadrados Ordinários. Os estimadores de máxima verossimilhança possuem propriedades importantes: são assintoticamente não viciados, consistentes, eficientes e normalmente distribuídos. Já os estimadores de mínimos quadrados ordinários possuem a vantagem de produzir estimadores consistentes sem a suposição da distribuição normal multivariada, no entanto, apresentam a desvantagem de seus estimadores não serem os assintoticamente mais eficientes. Outra desvantagem é a de que uma das pressuposições deste método é que as variáveis explicativas não sejam multicolineares.

A presença de multicolinearidade, entre as variáveis, poderá ocasionar o problema da singularidade numérica envolvida no cálculo das matrizes inversas presentes nos métodos de estimação.

---

<sup>1</sup>Variáveis que não podem ser medidas diretamente, mas podem ser representadas ou medidas pelas variáveis observáveis

Diante do problema de multicolinearidade, o uso de estimadores ridge (HOERL; KENNARD, 1970) tem sido incorporado à SEM. Yuan, Wu e Bentler (2011) desenvolveram um método ridge em SEM com dados ordinais e contínuos. Jung (2013) desenvolveu um método ridge em SEM, para tamanhos amostrais pequenos, utilizando o estimador de mínimos quadrados em dois estágios.

É importante ressaltar que a multicolinearidade é detectada, em modelos de regressão, nos quais as variáveis independentes são fortemente correlacionadas. Dado o fato de que um modelo SEM envolve relações lineares, em inúmeras aplicações onde a SEM é indicada, naturalmente se depara com esse problema. Dentre essas situações Goldberger (1972) destaca relações lineares entre variáveis explicativas observáveis e latentes, com ou sem erros de mensuração.

Para contextualizar tais situações, podemos mencionar experimentos que envolvam percepções sensoriais. Segundo Lim (2011), psicólogos experimentais e pesquisadores sensoriais compartilham a utilização de métodos de escala, sendo a mais usual, a escala hedônica para medir percepções sensoriais. Nesse contexto, Santos (2012) exemplifica uma análise sensorial, na qual, a avaliação de um produto submetido a um grupo de provadores treinados, cujas habilidades são similares e/ou estímulos são similares, certamente, as respostas serão mais correlacionadas, quando comparadas às respostas de um grupo de provadores com percepções sensoriais heterogêneas.

Nesse cenário, nota-se um amplo campo de pesquisa para a SEM, acoplada a diferentes métodos de estimação que tratam problemas de natureza estatística, dentre os quais cita-se a presença de multicolinearidade, outliers, e assimetria.

Mantendo essa motivação, o objetivo deste trabalho dar-se-á em adaptar os estimadores ridge generalizados (KIBRIA, 2003) na modelagem de equações estruturais, com a proposta de aplicar os modelos estruturais adaptados à descrição do perfil de um grupo de consumidores de café.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Modelagem de Equações Estruturais-SEM

Em síntese, a SEM é utilizada para testar a validade de modelos teóricos que definem relações causais, hipotetizadas por uma relação linear entre variáveis. A confirmação estatística destas hipóteses é dada pela significância das estimativas dos parâmetros, representando cada equação linear descrita, em função das variáveis exógenas ou endógenas, sendo essas observadas ou latentes (MARÔCO, 2010).

A SEM é consequência da evolução de três componentes presentes em um modelo geral: a análise de caminhos; a síntese conceitual de variável latente e modelo de mensuração; e os procedimentos de estimação (BISTAFFA, 2010).

Segundo Hair et al. (2005), todos esses componentes são unificados pelos elementos principais da SEM, que são:

a) Variáveis observadas: variáveis medidas, ou observadas diretamente. Exemplo: rendimento médio mensal; peso; altura.

b) Variáveis latentes ou constructos : variáveis hipotéticas ou teóricas que não podem ser medidas diretamente, mas que podem ser representadas por outros indicadores, constituídos pelos itens das escalas ou pela observação do pesquisador, que em conjunto captam o efeito das variáveis latentes. Exemplo: auto estima, estado depressivo, beleza.

c) Variáveis exógenas ou independentes: variáveis que agem apenas como preditoras ou “causadoras” de efeitos em outras variáveis/constructos no modelo teórico.

d) Variáveis endógenas ou dependentes: variáveis que resultam de pelo menos uma relação causal. O pesquisador conseguirá distinguir quais variáveis independentes preveem cada variável dependente, apoiando-se na teoria e, também, em suas próprias experiências prévias.

### 2.1.1 Formulação de um Modelo Estrutural

Seguindo a notação de Bollen (1989), a equação do modelo estrutural é representada por:

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \quad (1)$$

A equação do modelo estrutural dada em (1), pode ser simplificada:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta} &= \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \\ \Rightarrow (\mathbf{I}-\mathbf{B})\boldsymbol{\eta} &= \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \\ \Rightarrow \boldsymbol{\eta} &= (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}) \end{aligned} \quad (2)$$

onde:

- a)  $\boldsymbol{\eta}_{(r \times 1)}$  é um vetor de variáveis latentes endógenas.
- b)  $\boldsymbol{\xi}_{(s \times 1)}$  é um vetor de variáveis latentes exógenas.
- c)  $\boldsymbol{\Gamma}_{(r \times s)}$  é uma matriz de coeficientes que relacionam as  $s$  variáveis latentes exógenas com as  $r$  variáveis latentes endógenas.
- d)  $\mathbf{B}_{(r \times r)}$  é uma matriz de coeficientes que relacionam, as  $r$  variáveis latentes endógenas umas com as outras<sup>2</sup>.
- e)  $\boldsymbol{\zeta}_{(r \times 1)}$  é um vetor de erros, representa os erros na equação que relacionam  $\boldsymbol{\eta}$  e  $\boldsymbol{\xi}$ .

Com as seguintes pressuposições:

1.  $\boldsymbol{\zeta}$  não está correlacionado com  $\boldsymbol{\xi}$ ;
2.  $(\mathbf{I}-\mathbf{B})$  é não singular;

---

<sup>2</sup>Uma variável endógena não é causa nem efeito dela mesmo, sendo assim, os elementos da diagonal principal da matriz  $\mathbf{B}$  são iguais a zero.

3. Centragem<sup>3</sup> das variáveis:

a)  $E[\xi] = \mathbf{0}_{s \times 1}$ ;

b)  $E[\eta] = \mathbf{0}_{r \times 1}$ ;

c)  $E[\zeta] = \mathbf{0}_{r \times 1}$ .

A equação do modelo estrutural (1) apresenta a seguinte forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & \beta_{1r} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \beta_{r1} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_r \end{pmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \cdots & \gamma_{1s} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{r1} & \cdots & \gamma_{rs} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \vdots \\ \xi_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \vdots \\ \zeta_r \end{pmatrix}$$

O modelo de mensuração descreve as relações entre as variáveis latentes e seus indicadores observados. Para cada variável latente que aparece no modelo é necessário determinar quais são suas variáveis indicadoras. O modelo de mensuração pode ser especificado em termos das variáveis exógenas ou em termos das variáveis endógenas.

As equações do modelo de mensuração especificado em termos das variáveis exógenas e em termos das variáveis endógenas, respectivamente, são representadas por:

$$\mathbf{X} = \Lambda_x \xi + \delta \quad (3)$$

$$\mathbf{Y} = \Lambda_y \eta + \epsilon \quad (4)$$

---

<sup>3</sup>Seja  $\mathbf{T} = [T_1 \cdots T_n]'$  um vetor aleatório real de  $n$  variáveis aleatórias reais cujo vetor de médias é dado por  $E(\mathbf{T}) = [E(T_1) \cdots E(T_n)]'$ . O vetor aleatório real  $\mathbf{T} - E(\mathbf{T})$  é centrado, pois  $E(\mathbf{T} - E(\mathbf{T})) = \mathbf{0}_{n \times 1}$ .



onde:

- a)  $\mathbf{X}_{(q \times 1)}$  é um vetor de variáveis observadas exógenas ou independentes;
- b)  $\mathbf{Y}_{(p \times 1)}$  é um vetor de variáveis observadas endógenas ou dependentes;
- c)  $\boldsymbol{\delta}_{(q \times 1)}$  é um vetor de erros de medição em  $x$ ;
- d)  $\boldsymbol{\epsilon}_{(p \times 1)}$  é um vetor de erros de medição em  $y$ ;
- e)  $\mathbf{\Lambda}_{\mathbf{x}(q \times s)}$  é uma matriz dos coeficientes de regressão que relaciona as  $s$  variáveis latentes exógenas com cada uma das  $q$  variáveis observáveis designadas para medi-las;
- f)  $\mathbf{\Lambda}_{\mathbf{y}(p \times r)}$  é uma matriz dos coeficientes de regressão que relaciona as  $r$  variáveis latentes endógenas com cada uma das  $p$  variáveis observáveis designadas para medi-las;

Com as seguintes pressuposições:

1.  $\boldsymbol{\epsilon}$  é não correlacionado com  $\boldsymbol{\eta}$ ;
2.  $\boldsymbol{\delta}$  é não correlacionado com  $\boldsymbol{\xi}$ ;
3.  $\boldsymbol{\epsilon}$  e  $\boldsymbol{\delta}$  são não correlacionados entre si, mas podem ter suas respectivas variáveis correlacionadas entre si;
4.  $\boldsymbol{\epsilon}$ ,  $\boldsymbol{\zeta}$  e  $\boldsymbol{\delta}$  são mutuamente não correlacionados;

E com as matrizes de covariância:

- a)  $\boldsymbol{\Phi}_{(s \times s)} = E \left[ \boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\xi}' \right]$ ;
- b)  $\boldsymbol{\Psi}_{(r \times r)} = E \left[ \boldsymbol{\zeta} \boldsymbol{\zeta}' \right]$ ;
- c)  $\boldsymbol{\Theta}_{\boldsymbol{\epsilon}(p \times p)} = E \left[ \boldsymbol{\epsilon} \boldsymbol{\epsilon}' \right]$ ;
- d)  $\boldsymbol{\Theta}_{\boldsymbol{\delta}(q \times q)} = E \left[ \boldsymbol{\delta} \boldsymbol{\delta}' \right]$ ;

A equação do modelo de mensuração especificado, em termos das variáveis exógenas, apresenta a seguinte forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{11}^{(x)} & \cdots & \lambda_{1s}^{(x)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \lambda_{q1}^{(x)} & \cdots & \lambda_{qs}^{(x)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\xi}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\xi}_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\delta}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\delta}_q \end{pmatrix}$$

A equação do modelo de mensuração especificado, em termos de variáveis endógenas, apresenta a seguinte forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{11}^{(y)} & \cdots & \lambda_{1r}^{(y)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \lambda_{p1}^{(y)} & \cdots & \lambda_{pr}^{(y)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\eta}_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\epsilon}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\epsilon}_r \end{pmatrix}$$

### 2.1.2 Etapas da Modelagem de Equações Estruturais

Há alguma variação entre os autores a respeito da indicação da sequência das etapas de aplicação de SEM. Schumacker e Lomax (2004) descrevem as seguintes etapas: 1. Especificação do Modelo. 2. Identificação do Modelo. 3. Estimação do Modelo. 4. Avaliação da Qualidade do Ajuste do Modelo. 5. Reespecificação do Modelo.

#### 1-Especificação do Modelo:

Especificação é a representação das hipóteses sobre as possíveis relações entre as variáveis na forma de um modelo estrutural. Esta etapa pode ser considerada a etapa mais importante, uma vez que é nesta etapa que se decide quais variáveis observadas serão indicadoras de quais variáveis latentes; que relações causais entre as variáveis latentes e/ou variáveis observadas devem ser incluídas ou excluídas; que associações (não causais) devem ser incluídas ou omitidas do modelo e que erros ou resíduos devem ser correlacionados (MARÔCO, 2010).

Considerando as inúmeras relações que podem ser especificadas entre as variáveis, comumente utiliza-se a representação gráfica conhecida como Diagrama de Caminhos (LOEHLIN, 2004).

Os elementos básicos de um diagrama de caminhos são: as variáveis latentes representadas por elipses; as variáveis observadas representadas por retângulos; as variáveis de erro; flechas retilíneas únicas que representam as relações diretas entre as variáveis (variável da base da flecha influencia a variável do outro extremo); flechas retilíneas duplas que representam as relações recíprocas entre as variáveis (variável influencia e é influenciada por outra variável); flechas curvilíneas de duplo sentido que representam correlação entre as variáveis.

Utilizando todos os elementos básicos de um diagrama de caminhos, na Figura 1, tem-se: duas variáveis latentes exógenas ( $\xi_1$  e  $\xi_2$ ) “medidas” por três variáveis exógenas observáveis independentes ( $X_1, X_2, X_3$  e  $X_4, X_5, X_6$ ); duas variáveis latentes endógenas ( $\eta_1$  e  $\eta_2$ ) “medidas” por duas variáveis endógenas observáveis dependentes ( $Y_1, Y_2$  e  $Y_3, Y_4$ ), as variáveis de erro ( $\delta_1, \dots, \delta_6, \epsilon_1, \dots, \epsilon_4, \zeta_1, \zeta_2$ ) e flechas representando as relações entre essas variáveis.

Por meio da Figura 1, observa-se que:  $\xi_1$  e  $\xi_2$  tem influência direta sobre  $\eta_1$  e  $\eta_2$ ;  $\xi_1$  e  $\xi_2$  são correlacionados;  $\xi_1$  tem influência direta sobre  $X_1, X_2, X_3$ ;  $\xi_2$  tem influência direta sobre  $X_4, X_5, X_6$ ;  $\eta_1$  e  $\eta_2$  tem influência recíproca;  $\eta_1$  tem influência direta sobre  $Y_1, Y_2$ ;  $\eta_2$  tem influência direta sobre  $Y_3, Y_4$ .

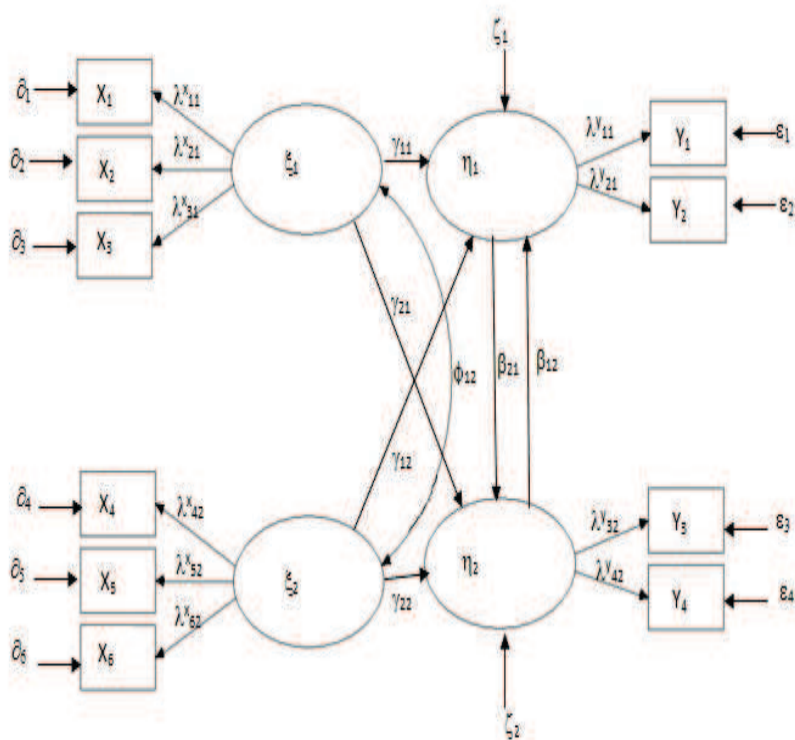


Figura 1 Diagrama de Caminhos para um Modelo de SEM.  
Fonte: Marôco (2010)

Depois que todas as relações são representadas no diagrama de caminhos, é possível transformar estas relações nas equações do modelo estrutural e de mensuração. Baseando-se na Figura 1, pode-se escrever as equações (1),(3) e (4).

As equações do modelo estrutural são dadas por:

$$\begin{aligned}\eta_1 &= \beta_{12}\eta_2 + \gamma_{11}\xi_1 + \gamma_{12}\xi_2 + \zeta_1 \\ \eta_2 &= \beta_{21}\eta_1 + \gamma_{21}\xi_1 + \gamma_{22}\xi_2 + \zeta_2\end{aligned}\quad (5)$$

na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \beta_{12} \\ \beta_{21} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

As equações do modelo de mensuração, são dadas por:

$$\begin{array}{l} \mathbf{Y}_1 = \lambda_{11}^{(y)} \eta_1 + \epsilon_1 \\ \mathbf{Y}_2 = \lambda_{21}^{(y)} \eta_1 + \epsilon_2 \\ \mathbf{Y}_3 = \lambda_{32}^{(y)} \eta_2 + \epsilon_3 \\ \mathbf{Y}_4 = \lambda_{42}^{(y)} \eta_2 + \epsilon_4 \end{array} \quad e \quad \begin{array}{l} \mathbf{X}_1 = \lambda_{11}^{(x)} \xi_1 + \delta_1 \\ \mathbf{X}_2 = \lambda_{21}^{(x)} \xi_1 + \delta_2 \\ \mathbf{X}_3 = \lambda_{31}^{(x)} \xi_1 + \delta_3 \\ \mathbf{X}_4 = \lambda_{42}^{(x)} \xi_2 + \delta_4 \\ \mathbf{X}_5 = \lambda_{52}^{(x)} \xi_2 + \delta_5 \\ \mathbf{X}_6 = \lambda_{62}^{(x)} \xi_2 + \delta_6 \end{array} \quad (7)$$

na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \mathbf{Y}_3 \\ \mathbf{Y}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{11}^{(y)} & 0 \\ \lambda_{21}^{(y)} & 0 \\ 0 & \lambda_{32}^{(y)} \\ 0 & \lambda_{42}^{(y)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \end{pmatrix} \quad e \quad \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{X}_3 \\ \mathbf{X}_4 \\ \mathbf{X}_5 \\ \mathbf{X}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{11}^{(x)} & 0 \\ \lambda_{21}^{(x)} & 0 \\ \lambda_{31}^{(x)} & 0 \\ 0 & \lambda_{42}^{(x)} \\ 0 & \lambda_{52}^{(x)} \\ 0 & \lambda_{62}^{(x)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{pmatrix} \quad (8)$$

No diagrama de caminhos, a influência existente entre as variáveis são chamadas de efeito. Assim, em um diagrama de caminhos, existem três tipos de efeito: efeito direto que é a influência de uma variável em outra sem o intermédio de nenhuma outra variável; efeito indireto que é a influência de uma variável variável em outra pelo intermédio de, pelo menos, uma outra variável e o efeito total que é a soma dos efeitos direto e indireto (BOLLEN, 1987). Com base nas equações (1), (3) e (4), tem-se que, no modelo estrutural dado em (1),  $\Gamma$  mostra o efeito direto de  $\xi$  em  $\eta$ . Já nos modelos de mensuração dados em (3) e (4),  $\Lambda_x$  e  $\Lambda_y$  mostram, respectivamente, os efeitos diretos de  $\xi$  em  $x$  e  $\eta$  em  $y$ .

Usando o diagrama de caminhos, ilustrado na Figura 1, observa-se, por exemplo que:

- a) o efeito direto de  $\xi_1$  em  $\eta_1$  é  $\gamma_{11}$ ; o efeito indireto  $\xi_1$  em  $\eta_1$  é  $\phi_{12}\gamma_{12}$ ; e o efeito total é  $\gamma_{11} + \phi_{12}\gamma_{12}$ ;
- b) o efeito direto de  $\xi_1$  em  $\eta_2$  é  $\gamma_{21}$ ; o efeito indireto  $\xi_1$  em  $\eta_2$  é  $\phi_{12}\gamma_{22}$ ; e o efeito total é  $\gamma_{21} + \phi_{12}\gamma_{22}$ ;
- c) o efeito direto de  $\xi_2$  em  $\eta_1$  é  $\gamma_{12}$ ; o efeito indireto  $\xi_2$  em  $\eta_1$  é  $\phi_{12}\gamma_{11}$ ; e o efeito total é  $\gamma_{12} + \phi_{12}\gamma_{11}$ ;
- d) o efeito direto de  $\xi_2$  em  $\eta_2$  é  $\gamma_{22}$ ; o efeito indireto  $\xi_2$  em  $\eta_2$  é  $\phi_{12}\gamma_{21}$ ; e o efeito total é  $\gamma_{22} + \phi_{12}\gamma_{21}$ ;

Quando existe uma relação de causa entre uma variável latente e uma variável observada, diz-se que a variável observada é um indicador da variável latente. Existem dois tipos de indicadores: os indicadores reflexivos e os indicadores formativos (BISTAFFA, 2010).

No caso em que a variável observada é causada pela variável latente, ela é chamada de indicador reflexivo. Exemplo: “Nota obtida em uma avaliação” é efeito da variável latente “Conhecimento adquirido”.

Já quando a variável observada causa a variável latente, ela é chamada de indicador formativo. Exemplo: “Quantidades de horas dedicadas aos estudos” causa a variável latente “Hábitos de estudo”.

Em um modelo envolvendo indicadores reflexivos, a direção de causalidade vai da variável latente para seus indicadores, ou seja, neste tipo de modelo, alterações na variável latente causam alterações nos indicadores. Geralmente, nos modelos de SEM, o que é o caso do modelo dado pela Figura 1, os indicadores são reflexivos, isto é, são causados pelas variáveis latentes com que se relacionam. No entanto, dependendo da interpretação deles, em alguns casos, pode fazer mais sentido serem formativos, isto é, serem causas da variável latente (BOLLEN, 1989).

Considerando na especificação de um modelo de SEM, um indicador como formativo ou reflexivo pode alterar completamente o resultado do ajuste, maiores detalhes sobre essa questão é dado por Sanches (2005).

Na Figura 2 apresentam-se dois diagramas de caminhos, um envolvendo indicadores reflexivos e outro indicadores formativos.

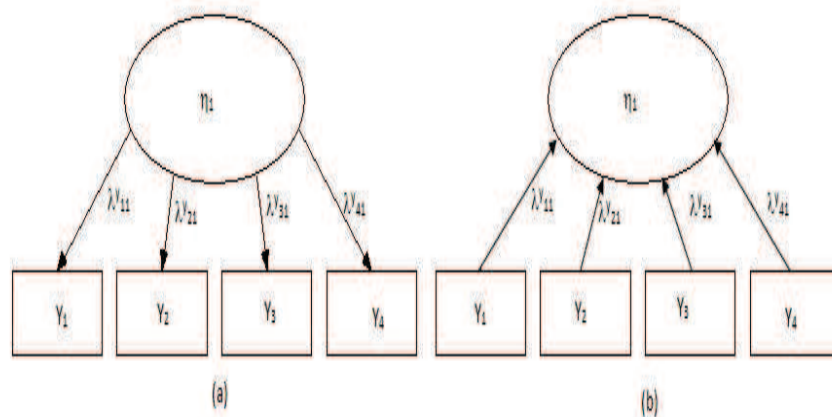


Figura 2 Diagrama de Caminhos com Indicadores (a) Reflexivos e (b) Formativos.

Fonte: Marôco (2010)

## 2-Identificação do Modelo:

Objetiva-se na identificação demonstrar que os parâmetro desconhecidos

do modelo são funções apenas de parâmetros identificáveis e que essas funções apresentam soluções únicas, isto é, não são impróprias ou indefinidas. Segundo Montfort, Oud e Satorra (2004), um problema de identificação nada mais é do que a ineficiência do modelo proposto em gerar estimativas únicas.

Se um parâmetro é função apenas de parâmetros que podem ser estimados e esta função apresenta solução, diz-se que o parâmetro é identificado. No caso de todos os parâmetros de um modelo serem identificados, diz-se que este modelo é identificado.

Caso a solução não seja única, o parâmetro é definido como subidentificado. Se pelo menos um parâmetro do modelo é subidentificado, diz-se que este modelo é subidentificado.

Caso haja informação excessiva para a estimação de um parâmetro, ele é definido como superidentificado. Se pelo menos um parâmetro do modelo é superidentificado, diz-se que este modelo é superidentificado.

Existem várias regras que verificam se o modelo pode ou não ser considerado identificável. Como exemplo, pode-se citar a **Regra t**, que, segundo Bollen e Davis (2009), estabelece que, para que um modelo seja identificado, o número de parâmetros (a serem estimados) deve ser inferior ou igual ao número de elementos na matriz de variâncias-covariâncias das variáveis observadas, isto é:

$$t \leq \frac{(p + q)(p + q + 1)}{2} \quad (9)$$

onde:

- a)  $t$  é o número de parâmetros desconhecidos do modelo;
- b)  $p$  é o número de indicadores dos  $\eta'$ s;
- c)  $q$  é o número de indicadores dos  $\xi'$ s.

### 3-Estimação do Modelo

Para estimar os parâmetros de um modelo de SEM, parte-se da hipótese básica da SEM que é  $\Sigma = \Sigma(\theta)$ , onde tem-se que  $\Sigma$  é a matriz de covariâncias populacional de  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$ ; e  $\Sigma(\theta)$  é a matriz de covariância escrita como função dos parâmetros do modelo.



Dado que  $\Sigma$  é a matriz de covariâncias das variáveis observadas, Bollen (1989) mostra que é possível particioná-la em blocos que separam a variância de  $\mathbf{x}$ , a variância de  $\mathbf{y}$  e a covariância entre  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$ , reescrevendo-as como transformações não lineares dos parâmetros do modelo:

$$\Sigma(\boldsymbol{\theta}) = \begin{pmatrix} \Sigma_{yy}(\boldsymbol{\theta}) & \Sigma_{yx}(\boldsymbol{\theta}) \\ \Sigma_{xy}(\boldsymbol{\theta}) & \Sigma_{xx}(\boldsymbol{\theta}) \end{pmatrix} \quad (10)$$

Com base nos resultados (37), (40), (41) e (42) descritos no APÊNDICE A, a matriz covariância implícita de  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  pode ser escrita como:

$$\Sigma(\boldsymbol{\theta}) = \begin{pmatrix} \Lambda_y(\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1} [\Gamma\Phi\Gamma' + \Psi] (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1'} \Lambda_y' + \Theta_\epsilon & \Lambda_y(\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1} \Gamma\Phi\Lambda_x' \\ \Lambda_x\Phi\Gamma' (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1'} \Lambda_y' & \Lambda_x\Phi\Lambda_x' + \Theta_\delta \end{pmatrix} \quad (11)$$

Como a matriz de covariâncias populacionais das variáveis observadas não é conhecida, utiliza-se a matriz de covariâncias amostrais  $\mathbf{S}$ , chegando ao sistema de equações determinado pela igualdade  $\mathbf{S} = \Sigma = \widehat{\boldsymbol{\theta}}$ .

Para estimar os parâmetros do modelo de SEM, são utilizadas as funções de discrepância,  $f$ , que são baseadas em  $\mathbf{S}$  e  $\Sigma(\widehat{\boldsymbol{\theta}})$ . De acordo com Bollen (1989), a função de discrepância é uma função da diferença da matriz de covariâncias amostrais  $\mathbf{S}$  e da matriz de covariâncias gerada pelo modelo proposto com parâmetros  $\boldsymbol{\theta}(\Sigma(\widehat{\boldsymbol{\theta}}))$ .

$$f = F(\mathbf{S} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}) \quad (12)$$

Se a estimação for perfeita  $f = 0$ ; quanto menor for  $f$  melhor será a estimação do modelo proposto aos dados (covariâncias) observados na amostra. Desta forma, os dados de estimação consistem em minimizar a função da discrepância. Segundo Timm (2002), a minimização da função de discrepância é complexa, uma vez que envolve um sistema de equações não-lineares restritas. Assim, são utilizados algoritmos iterativos, tais como Newton-Raphson e Gauss-Newton (JÖRESKOG, 1969).

As funções de discrepância apresentam as seguintes propriedades:

- a)  $f$  é um escalar, para cada  $\theta$  fixado;
- b)  $f \geq 0$ ;
- c)  $f = 0$  se e somente se  $\mathbf{S} = \Sigma(\hat{\theta})$ ;
- d)  $f$  é contínua em  $\Sigma(\hat{\theta})$  e em  $\mathbf{S}$ .

Os métodos de estimação de Máxima Verossimilhança (MV) e Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) são os mais utilizados em modelos de SEM (BOLLEN, 1996).

*Método de Máxima Verossimilhança-MV* (BOLLEN, 1989):

Este método estima os parâmetros que maximizam a probabilidade de observar a matriz  $\mathbf{S}$ . Além disso, ele parte da suposição de que os indicadores ( $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Y}$ ) seguem uma distribuição normal multivariada.

A função de discrepância a ser minimizada pelo algoritmo iterativo é:

$$f_{MV} = \log |\Sigma(\theta)| + tr(\mathbf{S}\Sigma^{-1}(\theta)) - \log |\mathbf{S}| - (p + q) \quad (13)$$

onde  $|\mathbf{M}|$  representa a função determinante de uma matriz  $\mathbf{M}$ ,  $tr(\mathbf{M})$  a função traço de uma matriz  $\mathbf{M}$  (soma dos elementos da diagonal principal da matriz),  $p$  a quantidade de variáveis observadas endógenas ( $Y$ ) e  $q$  a quantidade de variáveis observadas exógenas ( $X$ ).

A função (13) deve ser minimizada em relação a  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{\Gamma}$ ,  $\mathbf{\Phi}$  e  $\mathbf{\Psi}$ , para se obter os estimadores MV para esses parâmetros. Estes estimadores são consistentes, invariantes, assintoticamente não-viciados, assintoticamente eficientes e assintoticamente normais (BOLLEN, 1989).

A função (13), quando multiplicada por  $(N - 1)$ , converge para uma distribuição qui-quadrado:

$$(N - 1) f_{MV} \sim \chi^2 \left( \frac{1}{2} (p + q) (p + q + 1) - t \right) \quad (14)$$

onde  $t$  é o número de parâmetros desconhecidos do modelo.

**Método de Mínimos Quadrados Ordinários-MQO** (BOLLEN, 1989):

O método MQO objetiva-se em minimizar a soma de quadrados de cada elemento da matriz residual ( $\mathbf{S} - \Sigma(\boldsymbol{\theta})$ ).

A função de discrepância a ser minimizada pelo algoritmo iterativo é:

$$f_{MQO} = \frac{1}{2} tr \left[ (\mathbf{S} - \Sigma(\boldsymbol{\theta}))^2 \right] \quad (15)$$

Apesar da função (15) ser considerada a mais simples de todas as funções de discrepância, de determinar estimadores consistentes e não exigir a suposição de que as variáveis observadas seguem alguma distribuição, ela apresenta a desvantagem de não determinar estimadores assintoticamente mais eficientes, e o teste  $\chi^2$  não pode ser avaliado.

#### **4-Avaliação da Qualidade do Ajuste do Modelo:**

Para Hair et al. (2005), a etapa de avaliação da qualidade do ajuste do modelo tem como objetivo avaliar o quão bem o modelo proposto é capaz de reproduzir a estrutura correlacional das variáveis observadas na amostra. Esta etapa é constituída de três partes:

*i-* Avaliação dos parâmetros estimados: analisar fatores como o sinal e a amplitude dos valores estimados, para os parâmetros, é de suma importância para garantir que o modelo estimado seja válido. Como a SEM tem um caráter confirmatório, é interessante comparar os valores estimados com aqueles que seriam *a priori* esperados.

Uma discrepância muito grande entre as estimativas e seus valores esperados, pode indicar, por exemplo, um modelo mal-especificado ou que faltam parâmetros no modelo. Por meio das estimativas dos parâmetros, pode-se observar alguns sinais de que houve má especificação do modelo tais como: erros-padrão altos para algumas variáveis; correlações fora do intervalo [-1,1]; variâncias negativas ou não significantes e soluções impróprias para as estimativas (valores observados são impossíveis de serem verificados na população sob estudo).

O ajuste de cada um dos indicadores do modelo pode ser avaliado por meio do coeficiente de correlação múltipla dado por:

$$R_{X_i}^2 = 1 - \frac{\text{var}(\delta_i)}{\hat{\sigma}_{ii}} \approx \left(\widehat{\lambda}_{ij}\right)^2 \quad (16)$$

onde  $\delta_i$  é o erro associado ao indicado  $X_i$  e  $\hat{\sigma}_{ii}$  é sua variância estimada. Este valor é idêntico ao  $R^2$  da regressão linear, é uma medida de confiabilidade da variável manifesta  $X_i$ . Marôco (2010) afirma que  $R_{X_i}^2$  superior ou igual a 0,25 é indicador de confiabilidade individual apropriada.

Estatísticas semelhante, que contabilizem a variância explicada das variáveis endógenas latentes, podem ser obtidas para a componente estrutural do modelo. De acordo com Jöreskog e Sorbom (1996), a fração da variância de uma variável latente explicada pelas variáveis a ela associadas linearmente é estimada por:

$$R_{\eta_i}^2 = 1 - \frac{\text{var}(\zeta_i)}{\text{var}(\eta_i)} = 1 - \frac{\widehat{\phi}_{ii}}{\widehat{\psi}_{ii}} \quad (17)$$

onde  $\widehat{\phi}_{ii}$  é o estimador da variância do erro  $\zeta_i$  correspondente a  $\eta_i$  e  $\widehat{\psi}_{ii}$  é o estimador da variância da variável latente  $\eta_i$ .

Finalmente, a fração da variância total das variáveis latentes, explicada pelo modelo estrutural, é dada pelo coeficiente de determinação (BOLLEN, 1989). Coeficientes de determinação, com valores superiores a 0,50, são indicadores de modelos com capacidades explicativas adequadas (MARÔCO, 2010).

**ii-** Ajuste Geral do Modelo: O objetivo do ajuste geral do modelo é verificar se a hipótese de estrutura de variância está respeitada, ou seja, as medidas de ajuste avaliam se a matriz de covariância ajustada pelo modelo,  $\Sigma(\widehat{\theta}) = \widehat{\Sigma}$ , é condizente com a matriz de covariância amostral,  $\mathbf{S}$ . Podem-se citar as seguintes medidas de avaliação do ajuste geral do modelo:

- a) Resíduo Normalizado (JÖRESKOG; SORBOM, 1986) Quando a hipótese básica da SEM de que  $\Sigma = \Sigma(\theta)$  é verdadeira, espera-se que  $\Sigma - \widehat{\Sigma} = \mathbf{0}$ , ou seja, a matriz de resíduos populacionais seja nula. Quando se encontra algum resíduo populacional diferente de zero, significa que o mesmo foi mal estimado pelo modelo.

O objetivo é, portanto, que os resíduos estejam próximos de zero. No entanto,

em razão da escala das variáveis e flutuações amostrais, eles podem variar muito. Para resolver esse problema, Jöreskog e Sorbom (1986) desenvolveram os resíduos normalizados, que diminuem o efeito que o tamanho da amostra e as escalas das variáveis podem ter sobre a avaliação da qualidade de ajuste.

- b) Índice de Ajuste Normalizado-NFI (*Normalized Fit Indices*) (BENTLER; BONNETT, 1980): O NFI avalia a porcentagem de incremento na qualidade do ajuste, quando se passa do modelo que possui um ajuste ruim (*baseline*) para o modelo proposto.
- c) Raiz do Quadrado Médio Residual-RMR (*Root Mean-Square Residual*): O RMR é uma medida utilizada para quantificar as diferenças entre  $\hat{\Sigma}$  e  $S$ , quanto menor for o RMR melhor será considerado o ajuste.
- d) Teste  $\chi^2$ : é um teste à significância da função de discrepância minimizada durante o ajustamento do modelo. As hipóteses estatísticas do testes são:  $H_0 : \Sigma = \hat{\Sigma}$  ( a matriz de covariância populacional é igual à matriz de covariância estimada pelo modelo);  $H_1 : \Sigma \neq \hat{\Sigma}$  (a matriz de covariância populacional não é igual à matriz de covariância estimada pelo modelo).

Segundo Marôco (2010), deve-se ter cautela, para analisar os resultados deste teste, pois a estatística  $\chi^2$  pode ser afetada por vários fatores. Como, por exemplo, a estatística  $\chi^2$  é sensível a desvios severos de normalidade, mais especificamente na presença de assimetrias no conjunto de dados; a estatística  $\chi^2$  pode ser distorcida pelo tamanho amostral: para amostras pequenas este teste apresenta maior erro tipo II (isto é, não rejeita a hipótese de que o modelo se ajusta bem aos dados quando o ajustamento é ruim); para amostras muito grandes, o teste apresenta maior erro tipo I (isto é, rejeita a hipótese de que o modelo se ajusta bem aos dados, quando de fato o ajustamento é bom).

*iii-* Medidas Alternativas de Ajuste: Os problemas associados ao teste  $\chi^2$  levaram à criação de várias outras medidas que visam avaliar o ajuste do modelo estimado. Bollen (1989) comenta que, embora essas medidas, individualmente, não tenham o poder de avaliar o ajuste de um modelo, pois cada uma apresenta

vantagens e desvantagens, o estudo dessas medidas, em conjunto, pode ser informativo.

Objetivou-se com essas medidas, de uma forma geral, comparar dois modelos distintos: o modelo proposto pelo pesquisador e o modelo *baseline*<sup>4</sup>. A seguir, serão apresentadas algumas dessas medidas:

- a) Índice de Ajuste Corrigido-IFI (*Incremental Fit Indices*) (BOLLEN, 1989): O IFI foi proposto com o intuito de diminuir a influência do tamanho amostral e da adição de parâmetros no modelo, que podem distorcer o NFI. Esse índice não necessariamente varia em  $[0; 1]$ , e valores muito grandes podem indicar problemas de superajuste. Quando o modelo é válido, IFI tende a 1 e as diferenças entre NFI e IFI diminuem à medida que o tamanho amostral aumenta.
- b) Índice de Ajuste Relativo-RFI (*Relative Fit Indices*)(BOLLEN, 1986): O objetivo desse índice é medir a redução da função de discrepância quando se passa do modelo *baseline* para o modelo proposto, levando em conta os graus de liberdade. Ele assume valores em  $[0; 1]$ , e quanto mais próximo de 1 melhor é o ajuste do modelo.
- c) Índice de Tucker-Lewis-TLI (*Tucker-Lewis Indices*): Inicialmente proposto por Tucker e Lewis (1973) e, posteriormente generalizado por Bentler e Bonett (1980), onde ficou conhecido por Índice de Ajuste Não Normalizado-NNFI (*Non-Normed Fit Index*), este índice, também, visa mensurar a redução da função de discrepância, quando se passa do modelo *baseline* para o modelo proposto, levando em conta os graus de liberdade. De acordo com Bollen (1986), este índice sofre influência do tamanho da amostra, dado que depende de  $N$ . Sendo assim, não necessariamente varia em  $[0; 1]$ , e valores muito grandes podem indicar problemas de superajuste. Quando o modelo é válido, TLI tende a 1 e, as diferenças entre TLI e RFI diminuem à medida que o tamanho amostral aumenta.

---

<sup>4</sup>Um modelo *baseline* é um modelo que possui um ajuste ruim, utilizado para comparação com o modelo subestudo. Geralmente ele supõe que exista uma variável latente não correlacionados e parâmetros ligando os indicadores às variáveis latentes todos igual a 1 (BISTAFFA, 2010)

- d) Índice de Qualidade do Ajuste-GFI (*Goodness of Fit Index*): O GFI mede quanto a quantidade relativa de covariância em  $\mathbf{S}$  que é predita por  $\hat{\Sigma}$  e possui expressões diferentes, dependendo do método de estimação. Segundo Marôco (2010), valores de GFI inferiores a 0,90 indicam modelos com ajustamento ruim aos dados; GFI entre  $[0,90; 0,95 [$  indicam um bom ajustamento; valores de GFI superiores a 0,95 são indicadores de um ajustamento muito bom; e  $GFI = 1$  indica um ajustamento perfeito. Tanak e Huba (1985) citam que o GFI tem tendência a aumentar à medida que o número de unidades amostrais aumenta.
- e) Índice de Qualidade do Ajuste Corrigido-AGFI (*Adjusted Goodness of Fit Index*): Com o intuito de melhor adequar o GFI aos graus de liberdade e à quantidade de variáveis observadas, o AGFI foi proposto. Este índice também possui expressões diferentes, dependendo do método de estimação. O AGFI possui a mesma interpretação do GFI e, também sofre influência do tamanho amostral.
- f) Índice de Qualidade do Ajuste de Parcimônia-PGFI (*Parsimony Goodness of Fit Index*): De acordo com Mulaik et al. (1989), as medidas de parcimônia têm por objetivo comparar modelos com diferentes números de parâmetros ou determinar o impacto da adição de parâmetros ao modelo. O PGFI assume valores em  $[0; 1]$  e, para Marôco (2010), valores de PGFI inferiores a 0,60 indicam modelos com ajustamento ruim aos dados; PGFI entre  $] 0,60; 0,80$  indicam um ajustamento razoável; valores de PGFI superiores a 0,80 são indicadores de um bom ajustamento.
- g) Índice de Ajuste Normalizado de Parcimônia-PNFI (*Parsimony Normalized Fit Indices*): De acordo com James, Mulaik e Brett (1982), este índice é utilizado, principalmente, para comparar modelos com diferentes graus de liberdade. Quanto maior o valor deste índice melhor é o ajuste.
- h) Índice de Ajuste Comparativo-CFI (*Comparative Fit Indices*)(BENTLER, 1990): O CFI foi proposto com o intuito de corrigir a subestimação que geralmente ocorre, quando se usa o NFI com amostras pequenas. Esse índice assume valores em  $[0; 1]$  e, segundo Marôco (2010), valores inferiores a 0,90 indicam um

mau ajustamento; valores entre  $[0,90; 0,95[$  indicam um ajustamento bom, e valores superiores ou iguais a  $0,95$  indicam um ajustamento muito bom.

### **5-Reespecificação do Modelo:**

Às vezes pode-se verificar, na avaliação do modelo, que o modelo ajustado não é apropriado, para explicar a estrutura correlacional das variáveis observadas naquela amostra, ou seja, o modelo foi mal ajustado. Quando isso ocorre, é necessária uma reespecificação do modelo com o intuito de aumentar o ajuste. Uma prática usual de reespecificação consiste na modificação do modelo eliminando caminhos não significativos: libertando parâmetros anteriormente fixos, fixando parâmetros anteriormente livres, ou correlacionando erros de medidas (MARÔCO, 2010).

Como as medidas apresentadas, anteriormente, servem apenas para comparar modelos e não permitem a realização de testes estatísticos, algumas técnicas foram desenvolvidas para auxiliar o pesquisador na etapa de reespecificação do modelo. Dentre elas, podem citar:

- a) O teste de razão de verossimilhança que tem por objetivo determinar qual dos modelos reespecificado tem o maior decréscimo na estatística  $\chi^2$ .
- b) O teste do multiplicador de Lagrange que realiza uma comparação entre o modelo proposto e um modelo menos restritivo, sem que haja necessidade de determinar as estimativas do modelo menos restritivo. Este teste é utilizado para determinar quais das restrições que, se forem consideradas livres, no modelo proposto, levam à maior redução na estimativa  $\chi^2$  do ajuste global do modelo. Este procedimento pode ser considerado como um processo *stepwise* de regressão, pois, é realizado até que o modelo tenha um ajuste adequado.

Estes testes são equivalentes entre si e levam em consideração as diferenças entre as estimativas  $\chi^2$  do modelo proposto e do modelo reespecificado.



## 2.2 Multicolinearidade

A existência de uma forte correlação entre as variáveis, envolvidas na construção de um modelo, resulta no problema de natureza estatística, conhecido por multicolinearidade, na qual as consequências são verificadas no aumento da variância estimada e, portanto, erros padrão inflacionados e problemas numéricos inerentes às operações matriciais na obtenção de inversas.

Explorando o grau do determinante da matriz de coeficientes da variáveis explicativas, Farrar e Glauber (1967) propuseram um teste visando detectar a extensão da multicolinearidade. A estatística para a realização do teste de Farrar e Glauber (FG) é definida por:

$$FG = \left[ (n - 1) - \frac{1}{6(2p + 5)} \right] \ln \left( \det \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1p} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p1} & r_{p2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \right) \quad (18)$$

onde n:tamanho amostral; p:número de variáveis explicativas; ln:logaritmo neperiano; det:determinante; e  $r_{ij}$ : coeficiente de correlação simples entre  $X_i$  e  $X_j$ .

A estatística FG tem distribuição qui-quadrado com  $[p(p - 1)] / 2$  graus de liberdade.

Em modelos de regressão, inúmeras contribuições da análise ridge podem ser encontradas, maiores detalhes podem ser vistos em: Box e Draper (2007), Guilkey e Murphy (1975), Hoerl e Kennard (1970) e Kibria (2003).

Com o intuito de contornar o problema oriundo da multicolinearidade, Hoerl e Kennard (1970) propuseram uma forma geral para a regressão ridge, o qual chamaram de regressão ridge generalizada.

Desta forma e, também, em consonância com os objetivos do presente trabalho, serão apresentados, na secção seguinte, a regressão ridge generalizada, conforme descrito por Hoerl e Kennard (1970) e os estimadores ridge generalizados, abordados por Kibria (2003).

### 2.3 Regressão Ridge Generalizada

Assumindo o modelo de regressão linear geral em notação matricial dado por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon} \quad (19)$$

em que  $\mathbf{X}$  indica a matriz de variáveis explicativas;  $\mathbf{Y}$  o vetor de observações dependente e  $\boldsymbol{\epsilon}$  o vetor dos resíduos, supostamente distribuídos por uma  $N(0, \sigma^2 I)$ .

Supondo a existência de uma matriz ortogonal  $\mathbf{D}$  tal que  $\mathbf{D}'\mathbf{C}\mathbf{D} = \boldsymbol{\Lambda}$ , sendo  $\boldsymbol{\Lambda}$  a matriz diagonal dos autovalores da matriz  $\mathbf{C} = \mathbf{X}'\mathbf{X}$ , a versão na forma canônica do modelo (19) é definida por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}^*\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{e} \quad (20)$$

onde  $\mathbf{X}^* = \mathbf{X}\mathbf{D}$  e  $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{D}'\boldsymbol{\beta}$ .

Como  $\boldsymbol{\alpha}$  depende de  $\boldsymbol{\beta}$ , Kibria (2003) afirma que o EQM será minimizado quando  $\boldsymbol{\beta}$  for considerado como o autovetor normalizado correspondente ao maior autovalor da matriz  $\mathbf{C}$ , no entanto, a restrição  $\boldsymbol{\beta}'\boldsymbol{\beta} = 1$  deve ser respeitada.

Em seguida, os estimadores ridge generalizados são dados por:

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(k) = \left( \mathbf{X}^{*'}\mathbf{X}^* + \mathbf{K} \right)^{-1} \mathbf{X}^{*'}\mathbf{Y} \quad (21)$$

onde  $\mathbf{K} = \text{diag}(k_1, \dots, k_p)$ ;  $k_i > 0$ ;  $p$  é o número de variáveis independentes envolvidas no modelo; e  $\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{\Lambda}^{-1}\mathbf{X}^{*'}\mathbf{Y}$  é o estimador de mínimos quadrados ordinários de  $\boldsymbol{\alpha}$ .

Os estimadores  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  e  $\hat{\boldsymbol{\beta}}(k)$  são obtidos, respectivamente, pela transformação inversa de  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$  e  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}(k)$ .

Seguindo as recomendações de Hoerl e Kennard (1970), um valor estimado de  $k_i$  que minimiza o erro quadrático médio (EQM) de  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}(k)$  é dado por:

$$k_i = \frac{\sigma^2}{\alpha_i^2} \quad (22)$$

sendo

$$EQM(\hat{\alpha}(k)) = \sigma^2 \sum \frac{\lambda_i}{(\lambda_i + k_i)^2} + \sum \frac{k_i^2 \alpha_i^2}{(\lambda_i + k_i)^2} \quad (23)$$

onde  $\sigma^2$  representa a variância do erro do modelo representado pela equação (19),  $\lambda_i$  o  $i$ -ésimo autovalor da matriz  $\mathbf{C}$ , e  $\alpha_i$  o  $i$ -ésimo elemento de  $\alpha$ .

Como se pode verificar, o valor ótimo de  $k_i$  depende de  $\sigma^2$  e  $\alpha_i$  desconhecidos e, portanto, eles devem ser estimados a partir dos dados observados. Hoerl e Kennard (1970) sugeriram substituir  $\sigma^2$  e  $\alpha_i$  por seus correspondentes estimadores não tendenciosos. Isto é:

$$\hat{k}_i = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}_i^2} \quad (24)$$

Kibria (2003) analisou e propôs outros estimadores para o parâmetro ridge, conforme apresentado na Tabela 1. Observa-se que todos os estimadores são baseados no estimador recomendado por Hoerl e Kennard (1970), dado pela equação (24), no entanto, os estimadores  $\hat{k}_{LW}$  e  $\hat{k}_{HSL}$  são ponderados pelos autovalores da matriz  $\mathbf{C}$ .

Tabela 1 Estimadores Ridge Generalizados

Autores	Notação	Estimadores
Hoerl e Kennard (1970)	$\hat{k}_{HK}$	$\hat{k}_{HK} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}_{max}^2}$
Hoerl, Kennard e Baldwin (1975)	$\hat{k}_{HKB}$	$\hat{k}_{HKB} = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\sum \hat{\alpha}_i^2} = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}'\hat{\alpha}}$
Lawless e Wang (1976)	$\hat{k}_{LW}$	$\hat{k}_{LW} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum \lambda_i \hat{\alpha}_i^2}$
Hocking, Speed e Lynn (1976)	$\hat{k}_{HSL}$	$\hat{k}_{HSL} = \hat{\sigma}^2 \frac{\sum \lambda_i \hat{\alpha}_i^2}{(\sum \lambda_i \hat{\alpha}_i^2)^2}$
Kibria (2003)	$\hat{k}_{AM}$	$\hat{k}_{AM} = \frac{1}{p} \sum \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}_i^2}$
Kibria (2003)	$\hat{k}_{GM}$	$\hat{k}_{GM} = \frac{\hat{\sigma}^2}{(\prod \hat{\alpha}_i^2)^{\frac{1}{p}}}$
Kibria (2003)	$\hat{k}_{MED}$	$\hat{k}_{MED} = Median \left\{ \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}_i^2} \right\}$

Fonte: Kibria (2003).

Como este trabalho tem por proposta aplicar os estimadores ridge generalizados, adaptados à SEM, na descrição do perfil de um grupo de consumidores de café, na Seção seguinte, será apresentada uma breve introdução sobre a importância e o consumo de café no Brasil.

## 2.4 Importância e Consumo de Café no Brasil

Historicamente, o café sempre teve um papel importante para a economia brasileira, porém, sua participação relativa diminuiu, gradativamente, dada a contínua diversificação da pauta de exportações brasileira (SANTOS et al., 2009). Mesmo assim, o café continua sendo importante gerador de divisas para o país, visto que em 2013 contribuiu com 6,7% do valor total das exportações do agronegócio brasileiro. Em 2012/13, a produção de café no Brasil correspondeu a 33,60% do total mundial, tornando o país o maior produtor mundial de café. O

Brasil, também, se destaca como o segundo maior consumidor de café, com um consumo anual em 2013 de 20,1 milhões de sacas de 60 kg, perfazendo um consumo per capita de 4,87 kg de café torrado por habitante/ano (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA INDÚSTRIA DE CAFÉ - ABIC, 2013).

Atualmente, o consumo de café tem sido incentivado por especialistas da área de saúde. Isso se deve a diversos estudos epidemiológicos, realizados em todo o mundo, com o intuito de desmistificar antigos tabus que relacionavam o café e a cafeína com alterações maléficas para o organismo (ALVES; CASAL; OLIVEIRA, 2009). Em seu estudo Fredholm (1995) conclui que o café apresenta um efeito estimulante, uma vez que possui de 1 a 2,5 % de cafeína, que é o componente mais conhecido por seus efeitos estimulantes sobre o sistema nervoso central e, geralmente, é associada a uma melhora no estado de alerta, na capacidade de aprendizado e resistência ao esforço físico. Tanskanen et al. (2000) descrevem uma associação inversa significativa entre o consumo de café e o risco de suicídio. Greenberg, Boozer e Geliebter (2006) concluíram que a ingestão de café, com ou sem cafeína, pode aumentar a sensibilidade da insulina e, assim, reduzir o risco de diabetes tipo II e, também, reduzir o peso corporal em humanos, já que a cafeína tem poder de aumentar a termogênese, induzir a lipólise e a oxidação de gordura.

Segundo Arruda et al. (2009), o estudo do perfil dos consumidores e dos fatores envolvidos no processo de compra do café é uma ferramenta importante na identificação dos diferentes segmentos deste mercado e de suas potencialidades. A Associação Brasileira da Indústria do Café - ABIC, periodicamente conduz uma pesquisa, que mostra os tipos de café consumidos, locais de consumo, frequência, quantidade e modo de preparo, visando oferecer à Indústria um panorama sobre os hábitos e atitudes dos consumidores (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA INDÚSTRIA DE CAFÉ - ABIC, 2013).

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Adaptação dos Estimadores Ridge Generalizados à Modelagem de Equações Estruturais

Considere o modelo estrutural dado em (1), reescrito como:

$$\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\theta}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\zeta} \quad (25)$$

onde:

- a)  $\boldsymbol{\eta}_{(r \times 1)}$  é um vetor de variáveis latentes endógenas;
- b)  $\boldsymbol{\theta}_{(r \times (r+s))}$  é uma matriz particionada contendo os coeficientes que relacionam as  $r$  variáveis latentes endógenas umas com as outras; e as  $s$  variáveis latentes exógenas com as  $r$  variáveis latentes endógenas;
- c)  $\boldsymbol{\omega}_{((r+s) \times 1)}$  é um vetor particionado de variáveis latentes endógenas; e variáveis latentes exógenas;
- d)  $\boldsymbol{\zeta}_{(r \times 1)}$  é um vetor de erros.

na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \boldsymbol{\eta}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\eta}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & \beta_{r1} & \vdots & \gamma_{11} & \cdots & \gamma_{s1} \\ \beta_{12} & \cdots & \beta_{r2} & \vdots & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{s2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \beta_{1r} & \cdots & 0 & \vdots & \gamma_{1r} & \cdots & \gamma_{sr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \boldsymbol{\eta}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\eta}_r \\ \boldsymbol{\xi}_1 \\ \boldsymbol{\xi}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\xi}_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\zeta}_1 \\ \boldsymbol{\zeta}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\zeta}_r \end{pmatrix} \quad (26)$$

Considere as equações do modelo de mensuração especificado em termos das variáveis exógenas, dado em (3), matricialmente:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{11}^x & \lambda_{21}^x & \cdots & \lambda_{s1}^x \\ \lambda_{12}^x & \lambda_{22}^x & \cdots & \lambda_{s2}^x \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \lambda_{1q}^x & \lambda_{2q}^x & \cdots & \lambda_{sq}^x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_q \end{pmatrix} \quad (27)$$

Seguindo o modelo estrutural, dado em (25), inicialmente, será obtido uma matriz ortogonal  $\mathbf{D}$ , por meio da decomposição  $\Psi = \mathbf{D}'\mathbf{C}\mathbf{D}$ , onde  $\Psi$  contém os autovalores da matriz  $\mathbf{C} = \omega'\omega$ . Assim, o modelo estrutural, escrito na forma canônica, será dado por:

$$\eta = \omega^*\gamma + \zeta \quad (28)$$

onde  $\omega^* = \omega\mathbf{D}$  e  $\gamma = \mathbf{D}'\theta$ .

Em relação ao modelo de mensuração (3), representativo das variáveis exógenas, a decomposição realizada para a obtenção da matriz ortogonal  $\mathbf{D}$  será dada na igualdade  $\mathbf{D}'\mathbf{C}\mathbf{D} = \Phi$ , onde  $\Phi$  contém os autovalores da matriz  $\mathbf{C} = \xi'\xi$ . Assim, o modelo de mensuração em  $\mathbf{x}$ , escrito na forma canônica, será dado por:

$$\mathbf{x} = \xi^*\lambda^x + \delta \quad (29)$$

onde  $\xi^* = \xi\mathbf{D}$  e  $\lambda^x = \mathbf{D}'\Lambda_x$ .

Para o modelo estrutural (28) e o modelo de mensuração (29), os estimadores ridge generalizados, são dados respectivamente por:

$$\widehat{\gamma}(k) = (\omega^{*'}\omega^* + \mathbf{K})^{-1} \omega^{*'}\eta \quad (30)$$

e

$$\widehat{\lambda}^x(k) = (\xi^{*'}\xi^* + \mathbf{K})^{-1} \xi^{*'}\mathbf{x} \quad (31)$$

onde  $\mathbf{K} = \text{diag}(k_1, \dots, k_p)$ ;  $k_i > 0$ ;  $p$  é o número de variáveis independentes envolvidas no modelo;  $\hat{\boldsymbol{\gamma}} = \boldsymbol{\Psi}^{-1} \boldsymbol{\omega}^{*'} \boldsymbol{\eta}$  é a estimativa de mínimos quadrados ordinários de  $\boldsymbol{\gamma}$ ;

e  $\hat{\boldsymbol{\lambda}}^x = \boldsymbol{\Phi}^{-1} \boldsymbol{\xi}^{*'} \mathbf{x}$  é a estimativa de mínimos quadrados ordinários de  $\boldsymbol{\lambda}^x$ .

O valor estimado de  $k_i$  que minimizará o erro quadrático médio para o modelo estrutural e modelo de mensuração é dado, respectivamente, por:

$$k_i = \frac{\sigma^2}{\gamma_i^2} \quad (32)$$

e

$$k_i = \frac{\sigma^2}{(\lambda_i^x)^2} \quad (33)$$

onde  $\sigma^2$  representa a variância do erro do modelo representado pelas equações (25) e (3),  $\lambda_i^x$  o  $i$ -ésimo elemento de  $\boldsymbol{\lambda}^x$  e  $\gamma_i$  o  $i$ -ésimo elemento de  $\boldsymbol{\gamma}$ . Como  $\sigma^2$ ,  $\lambda_i^x$  e  $\gamma_i$  são desconhecidos, serão substituídos por seus estimadores não tendenciosos.

Com base nas equações (32) e (33), os estimadores ridge generalizados (KIBRIA, 2003) adaptados ao modelo de equações estruturais, serão dados conforme a Tabela 2.

Os estimadores ridge generalizados para o modelo de mensuração em  $Y$  são semelhantes aos do modelo de mensuração em  $X$ .

Visando uma melhor compreensão das operações matriciais, envolvidas na adaptação dos estimadores ridge generalizados à SEM, uma descrição detalhada considerando apenas uma equação para o modelo estrutural, e uma equação para o modelo de mensuração em  $\mathbf{X}$ , pode ser vista no APÊNDICE B.

### 3.2 Especificação do Modelo Estudado e Cenários de Avaliação

Para o processo de simulação Monte Carlo, serão considerados os modelos de equações estruturais, representados na Figura 3.

Mantendo as suposições usuais do modelo estrutural, em que as esperanças dos vetores de erros e das variáveis latentes são iguais a zero,  $\zeta$  e  $\xi_i$  ( $i=1,2,3$ ) são não correlacionados,  $\epsilon_j$  ( $j=1,2,3,4$ ) são não correlacionados com  $\boldsymbol{\eta}$ ,  $\xi_i$  e  $\delta_i$ ,



Tabela 2 Estimadores Ridge Generalizados Adaptados à SEM

Autores	Modelo Estrutural	Modelo de Mensuração em x
Hoerl e Kennard (1970)	$\hat{k}_{HK} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\gamma}_{max}^2}$	$\hat{k}_{HK} = \frac{\hat{\sigma}^2}{(\hat{\lambda}_{max}^x)^2}$
Hoerl, Kennard e Baldwin (1975)	$\hat{k}_{HKB} = \frac{(r+s)\hat{\sigma}^2}{\sum \hat{\gamma}_i^2}$	$\hat{k}_{HKB} = \frac{s\hat{\sigma}^2}{\sum (\hat{\lambda}_i^x)^2}$
Lawless e Wang (1976)	$\hat{k}_{LW} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum \psi_i \hat{\gamma}_i^2}$	$\hat{k}_{LW} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum \phi_i (\hat{\lambda}_i^x)^2}$
Hocking, Speed e Lynn (1976)	$\hat{k}_{HSL} = \hat{\sigma}^2 \frac{\sum \psi_i \hat{\gamma}_i^2}{(\sum \psi_i \hat{\gamma}_i^2)^2}$	$\hat{k}_{HSL} = \hat{\sigma}^2 \frac{\sum \phi_i (\hat{\lambda}_i^x)^2}{(\sum \phi_i (\hat{\lambda}_i^x)^2)^2}$
Kibria (2003)	$\hat{k}_{AM} = \frac{1}{(r+s)} \sum \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\gamma}_i^2}$	$\hat{k}_{AM} = \frac{1}{s} \sum \frac{\hat{\sigma}^2}{(\hat{\lambda}_i^x)^2}$
Kibria (2003)	$\hat{k}_{GM} = \frac{\hat{\sigma}^2}{(\prod \hat{\gamma}_i^2)^{\frac{1}{(r+s)}}$	$\hat{k}_{GM} = \frac{\hat{\sigma}^2}{(\prod (\hat{\lambda}_i^x)^2)^{\frac{1}{s}}}$
Kibria (2003)	$\hat{k}_{MED} = Median \left\{ \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\gamma}_i^2} \right\}$	$\hat{k}_{MED} = Median \left\{ \frac{\hat{\sigma}^2}{(\hat{\lambda}_i^x)^2} \right\}$

sendo esse não correlacionado com  $\xi_i$ ,  $\eta$  e  $\epsilon_j$ . Os indicadores das variáveis latentes exógenas serão considerados multicolineares e serão gerados por simulação Monte Carlo, conforme o procedimento proposto por Gibbons (1981) e MacDonald e Galarneau (1975):

$$x_{ij} = (1 - \rho^2)^{1/2} z_{ij} + \rho z_{i(j+1)}, (i = 1, \dots, n); (j = 1, \dots, q) \quad (34)$$

onde  $z_i \sim N(0,1)$ ,  $\rho$  é especificado de modo que a correlação entre duas variáveis explicativas é dada por  $\rho^2$ ,  $n$  é o tamanho amostral, e  $q$  é o número de variáveis exógenas observadas que serão geradas.

Desta forma, será possível controlar o grau de multicolinearidade<sup>5</sup> entre as variáveis, para cada tamanho amostral avaliado, conforme descrito na Tabela 3.

<sup>5</sup>A escolha de  $\rho$  será feita, de forma a proporcionar multicolinearidade fraca, moderada e forte entre as variáveis.

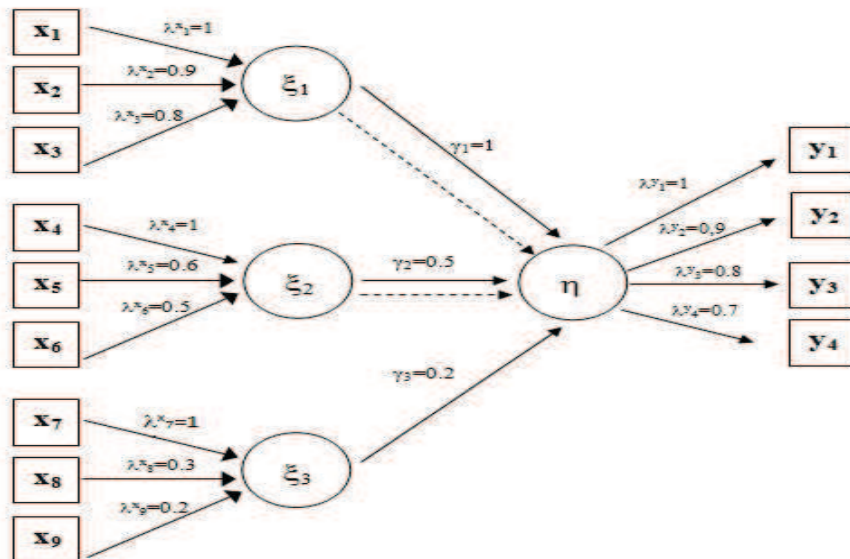


Figura 3 Representação gráfica dos modelos de equações estruturais a serem utilizados no processo de simulação Monte Carlo: (A) Modelo Estrutural com setas contínuas indica o modelo com especificação correta; (B) Modelo com seta pontilhada, indica modelo com erro de especificação na omissão de  $\xi_1$ ; (C) Modelo com seta pontilhada, indica modelo com erro de especificação na omissão conjunta de  $\xi_1$  e  $\xi_2$ .

Fonte: Cirillo e Barroso (2012)

Tabela 3 Tamanhos amostrais e graus de multicolinearidade considerados na simulação de Monte Carlo

Tamanho Amostral		Grau de multicolinearidade				
n		$\rho^2$				
100	0,09	0,49	0,64	0,81	0,98	
200	0,09	0,49	0,64	0,81	0,98	
1000	0,09	0,49	0,64	0,81	0,98	

Para cada configuração entre tamanho amostral( $n$ ) e grau de multicolinearidade ( $\rho^2$ ), serão realizadas 2000 simulações Monte Carlo, de forma a fornecer a distribuição empírica das estimativas de mínimos quadrados ordinários e as estimativas ridge generalizadas adaptadas à SEM do modelo estrutural.

Para todos os estimadores e para cada configuração, entre tamanho amostral e grau de multicolinearidade, será computado, conforme (23), o erro quadrático médio. Considerando os valores paramétricos (Figura 3), também, serão computados os vieses relacionados a cada estimador. Além disso, com o intuito de avaliar a redução da acurácia dos estimadores ridge generalizados, em relação ao mínimos quadrados, o percentual da diferença dos vieses, obtidos pelos os estimadores ridge generalizados(ERG) e pelo estimador de mínimos quadrados ordinários(EMQO), será calculado da seguinte forma:

$$PDV = \frac{(Vies_{EMQO} - Vies_{ERG})}{Vies_{EMQO}}.100 \quad (35)$$

Uma vez que esses estimadores não estão implementados em nenhum *software*, será utilizado o *software* R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2011) para construção da função necessária para a obtenção dos resultados (APÊNDICE C).

### 3.3 Aplicação no Perfil de Consumidores de Café

Com o intuito de analisar o comportamento dos estimadores ridge generalizado a um conjunto de dados reais, será utilizada uma pesquisa realizada no ano de 2011, com uma amostra de 79 consumidores de café com idades a partir de 18 anos, na cidade de Varginha/MG . Esta pesquisa foi realizada no desenvolvimento de um projeto de pesquisa aprovado pela Universidade Federal de Alfenas-MG (Unifal-MG).

Esta pesquisa foi constituída de duas questões relativas a dados demográficos; uma questão com o objetivo de mensurar a importância atribuída pelo consumidor à marca do café; e com base no trabalho de Saes e Spers (2006), seis assertivas (*Likert* de cinco pontos) relacionadas a percepções dos consumidores em relação à qualidade do café.

Por se tratar de questões categóricas ordinais, será utilizada uma transformação nas respostas para uma escala contínua com valores entre 0 e 1. Esta transformação é dada por:

$$x_{ik}^* = \frac{x_{ik} - x_{Lk}}{x_{Uk} - x_{Lk}} \quad (i = 1, \dots, nk) \quad (36)$$

onde  $x_{ik}$  corresponde a  $i$ -ésima resposta, na  $k$ -ésima questão,  $x_{Lk}$  e  $x_{Uk}$ , respectivamente a menor e maior resposta observada na  $k$ -ésima questão. Com essas especificações dois modelos de equações estruturais foram sugeridos. Os resultados são dados a seguir.

Para a construção do modelo, as variáveis observadas de natureza categórica, a serem consideradas no ajuste, encontram-se descritas na Tabela 4.

Tabela 4 Categorias das questões considerando as variáveis observadas (X)

Dados Demográficos		
X	Questões	Descrição das Categorias
$X_1$	Escolaridade	Analfabeto ou EF incompleto :1; EF completo ou EM incompleto:2; EM completo ou S incompleto:3; S completo:4
$X_2$	Renda Familiar	< R\$1000,00:1; [R\$1000,00; R\$2000,00 [ :2; [R\$2000,00; R\$4000,00 [ :3; [R\$4000,00; R\$6000,00 [ :4; ≥ R\$6000,00:5;
Importância atribuída a marca		
X	Questões	Descrição das Categorias
$X_3$	Qual a importância você atribui a marca ao escolher o café?	Nenhuma:1; Pouca:2; Moderada:3; Acentuada:4; Muito Acentuada:5;
X	Questões	Descrição das Categorias
$X_4$	A qualidade do café depende mais da firma torrefadora e não do produtor rural	1; 2; 3; 4; 5
$X_5$	O produtor de café interfere diretamente na qualidade do café.	1; 2; 3; 4; 5
$X_6$	A região onde é produzido o café interfere na qualidade.	1; 2; 3; 4; 5
$X_7$	Quando compro café, procuro informações sobre a região de produção.	1; 2; 3; 4; 5
$X_8$	Prefiro cafés com identificação da origem, mesmo que sejam mais caros.	1; 2; 3; 4; 5
$X_9$	Prefiro cafés de qualidade superior, mesmo que sejam mais caros.	1; 2; 3; 4; 5

Escolaridade-EF: Ensino Fundamental (1º grau); EM: Ensino Médio (2º grau); S: Superior.

## 4 RESULTADOS e DISCUSSÃO

Seguindo a metodologia proposta, os resultados apresentados consideram a seguinte ordenação: 4.1 - Estudos de simulação dos estimadores ridge generalizados considerando modelo de equação estrutural sem erro de especificação; 4.2- Estudos de simulação dos estimadores ridge generalizados considerando modelo de equação estrutural com erros de especificação; e 4.3- Aplicação de modelos de equações estruturais ridge generalizados ao perfil de consumidores de café.

### 4.1 Estudos de simulação dos estimadores ridge generalizados considerando modelo de equação estrutural sem erro de especificação

Os resultados descritos na Tabela 5 evidenciam que as diferenças entre os EQM dos estimadores ridge generalizados são, relativamente, pequenas, sendo assim todos os estimadores avaliados podem ser considerados igualmente eficientes em reduzir o EQM. Este resultado diferiu-se um pouco do estudo de Kibria (2003), em uma situação similar, também, por meio de um estudo de simulação, chegou a conclusão de que o estimador  $\hat{k}_{GM}$  apresentou EQM menor que os outros estimadores.

Tabela 5 Estimativa dos Erros Quadráticos Médio (EQM), do modelo estrutural sem erro de especificação, considerando diferentes tamanhos amostrais e diferentes graus de multicolinearidade

$\rho^2=0,09$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	1,3427	0,0112	0,0108	0,0117	0,0115	0,0116	0,0109	0,01125
200	1,2875	0,0058	0,0056	0,0058	0,0058	0,0058	0,0060	0,0057
1000	1,2746	0,0012	0,0012	0,0012	0,0012	0,0012	0,0013	0,0012
$\rho^2=0,49$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	1,3114	0,0108	0,0105	0,0114	0,0112	0,0112	0,0106	0,0109
200	1,2961	0,0058	0,0056	0,0058	0,0058	0,0058	0,0059	0,0057
1000	1,2635	0,0012	0,0012	0,0012	0,0012	0,0012	0,0013	0,0012
$\rho^2=0,64$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	1,3239	0,0110	0,0107	0,0115	0,0113	0,0114	0,0106	0,0111
200	1,3089	0,0059	0,0057	0,0059	0,0058	0,0059	0,0060	0,0058
1000	1,2941	0,0012	0,0012	0,0012	0,0012	0,0012	0,0013	0,0012
$\rho^2=0,81$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	1,3327	0,0111	0,0107	0,0116	0,0113	0,0114	0,0108	0,0111
200	1,2904	0,0058	0,0056	0,0058	0,0058	0,0058	0,0059	0,0057
1000	1,2861	0,0012	0,0012	0,0012	0,0012	0,0012	0,0013	0,0012
$\rho^2=0,98$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	1,3301	0,0116	0,0107	0,0116	0,0114	0,0114	0,0107	0,0111
200	1,3048	0,0059	0,0057	0,0059	0,0058	0,0058	0,0060	0,0058
1000	1,2832	0,0012	0,0012	0,0012	0,0012	0,0012	0,0013	0,0012

Frente a esse resultado, é factível assumir que a presença de uma estrutura de correlação entre as variáveis contribui para que os estimadores sejam equiva-

lentes, no que tange à acurácia e precisão das estimativas. Para uma melhor confirmação, procede-se com os resultados relacionados aos vieses das estimativas dos parâmetros relacionados às variáveis latentes.

Tabela 6 Estimativas dos vieses para o parâmetro  $\gamma_3$ , do modelo estrutural sem erro de especificação, considerando diferentes tamanhos amostrais e diferentes graus de multicolinearidade

$\rho^2=0,09$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-0,0364	-0,0361	-0,0429	-0,0365	-0,0417	-0,0372	-0,0481	-0,0388
200	-0,0380	-0,0381	-0,0416	-0,0380	-0,0406	-0,0384	-0,0447	-0,0392
1000	-0,0353	-0,0324	-0,0360	-0,0353	-0,0357	-0,0353	-0,0368	-0,0355
$\rho^2=0,49$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-0,0373	-0,0385	-0,0445	-0,0374	-0,0426	-0,0382	-0,0493	-0,0399
200	-0,0430	-0,0435	-0,0468	-0,0431	-0,0457	-0,0435	-0,0511	-0,0444
1000	-0,0396	-0,0399	-0,0404	-0,0396	-0,0401	-0,0397	-0,0419	-0,0399
$\rho^2=0,64$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-0,0446	-0,0473	-0,0534	-0,0447	-0,0501	-0,0457	-0,0593	-0,0478
200	-0,0346	-0,0353	-0,0381	-0,0346	-0,0372	-0,035	-0,0411	-0,0358
1000	-0,0396	-0,0399	-0,0404	-0,0396	-0,0401	-0,0397	-0,0415	-0,0399
$\rho^2=0,81$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-0,0375	-0,0393	-0,0452	-0,0376	-0,0429	-0,0384	-0,0503	-0,0403
200	-0,0397	-0,0405	-0,0436	-0,0397	-0,0423	-0,0401	-0,0462	-0,0410
1000	-0,0367	-0,0367	-0,0375	-0,0367	-0,0372	-0,0368	-0,0384	-0,0370
$\rho^2=0,98$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-0,0354	-0,0372	-0,0428	-0,0355	-0,0406	-0,0363	-0,0491	-0,0381
200	-0,0432	-0,0451	-0,0478	-0,0433	-0,0459	-0,0438	-0,0524	-0,0448
1000	-0,0400	-0,0403	-0,0408	-0,0400	-0,0404	-0,0401	-0,0419	-0,0403

Os resultados descritos, na Tabela 6, indicam que, ao considerar diferentes



graus de multicolinearidade, as estimativas dos vieses para o parâmetro  $\gamma_3$ , observadas para cada estimador, resultaram em uma estimativa superior à estimativa do viés observada no método de mínimos quadrados. Entretanto, nota-se que, com o aumento do tamanho amostral e do grau de multicolinearidade, as estimativas dos vieses dos estimadores ridge generalizados se aproximam dos vieses das estimativas de mínimos quadrados, sendo concordantes com os resultados obtidos por Jung (2013), que em um estudo utilizando o estimador ridge de mínimos quadrados em dois estágios, para tamanhos amostrais pequenos, concluiu que as estimativas obtidas por um método ridge eram mais estáveis e precisas, porém associadas com os maiores vieses.

Ao comparar o efeito do tamanho amostral, Cassel, Hackl e Westlund (1999) utilizando o método de quadrados mínimos parciais, concluíram que as estimativas do modelo estrutural, idêntico ao da Figura 3, apresentaram homogêneas. Tal fato, também, foi perceptível nos estimadores ridge generalizados.

Em se tratando da acurácia das estimativas, em relação a cada método dados os diferentes graus de multicolinearidade, a igualdade entre as estimativas dos vieses, certamente, teve grande contribuição dos resíduos terem sido gerados por uma distribuição simétrica, no caso, Normal (0,1).

A ênfase nessa afirmativa é corroborada com estudos, obtidos por Cirillo e Barroso (2012), ao considerar os estimadores robustos LMS e LTS para o mesmo modelo (Figura 3), porém, gerados com erros assimétricos. Assim, concluíram que esses métodos apresentaram desempenho bem discriminatórios, em relação à acurácia das estimativas, no sentido de que, para todos os tamanhos amostrais o método LMS apresentou uma tendenciosidade em superestimar os valores paramétricos e o método LTS uma tendência de subestimá-los. Entretanto, o aumento no grau de assimetria das variáveis de manifestação, por consequência, refletiu na redução dos vieses.

Referentes aos parâmetros  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ , as estimativas dos vieses preservam as mesmas características observadas para o parâmetro  $\gamma_3$ , diferindo em apenas em magnitudes. Os resultados simulados para esses parâmetros podem ser vistos no APÊNDICE D.

Kaplan (1969) enfatiza que o refinamento da precisão não conduz, neces-

sariamente, a um melhoramento da adequacidade do modelo, porém, em algumas situações, poderá ocorrer a redução da precisão das estimativas por redução da acurácia, uma vez que em situações práticas o pesquisador poderá se deparar com erros sistemáticos como, por exemplo, erros da definição das medidas ou registro da observação e erros aleatórios associados às variações incontroláveis. Portanto, diante desse fato, avaliar a redução da acurácia dos estimadores ridge generalizados em relação ao mínimos quadrados torna-se relevante para recomendar o uso dos estimadores ridge generalizados adaptados nos modelos estruturais. Com esse enfoque, seguem os resultados ilustrados nas Figuras 4-6.

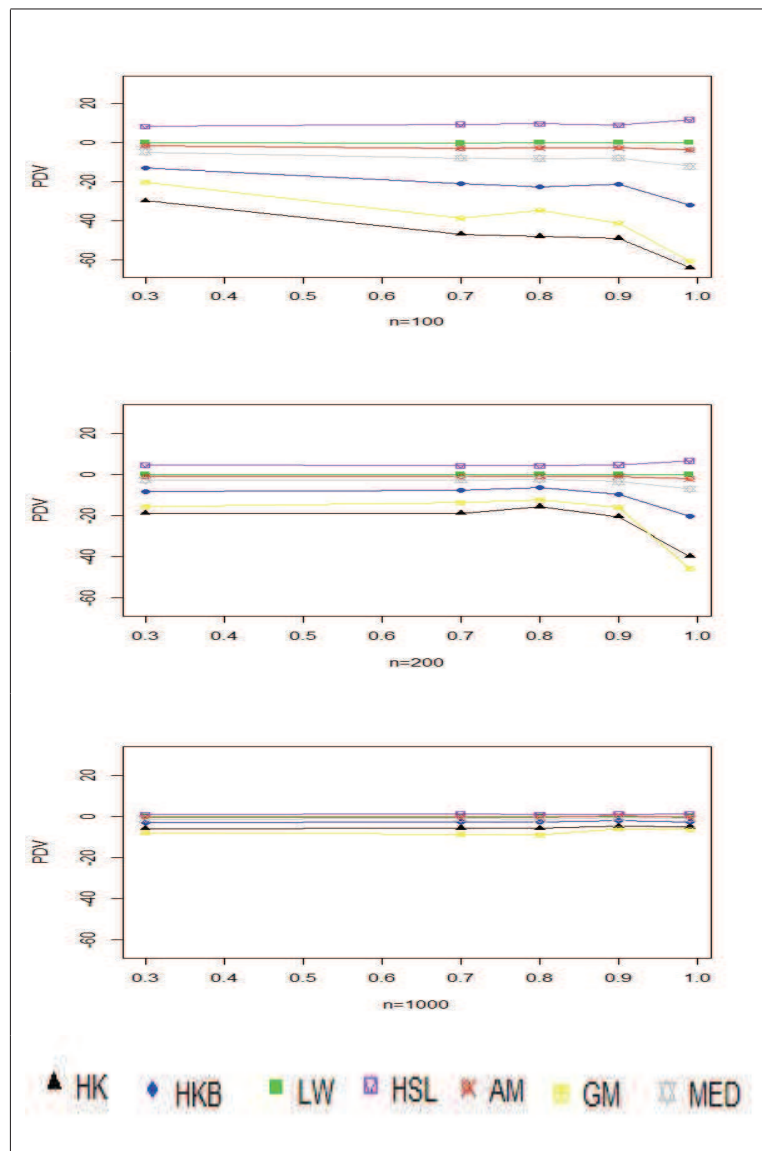


Figura 4 Diferença percentual entre os vieses obtidos pelos estimadores ridge generalizados e pelo estimador de mínimos quadrados ordinários, para o parâmetro  $\gamma_1$ , do modelo estrutural sem erro de especificação.

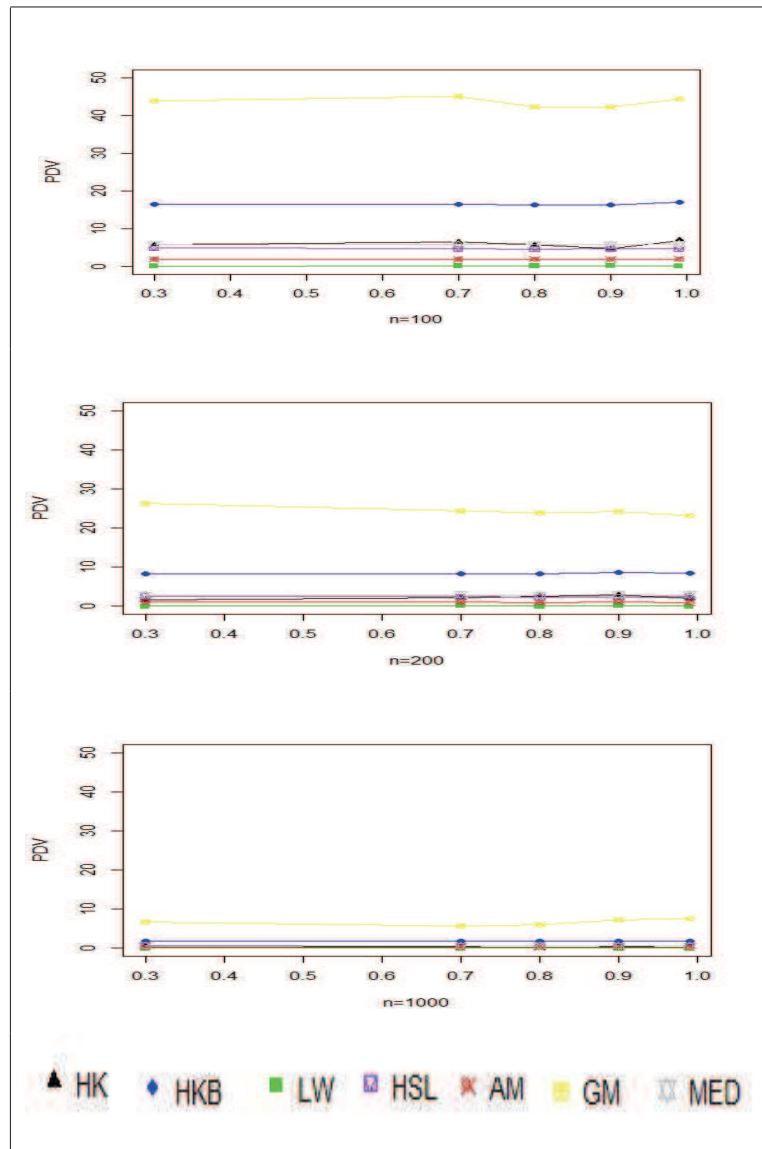


Figura 5 Diferença percentual entre os vieses obtidos pelos estimadores ridge generalizados e pelo estimador de mínimos quadrados ordinários, para o parâmetro  $\gamma_2$ , do modelo estrutural sem erro de especificação.

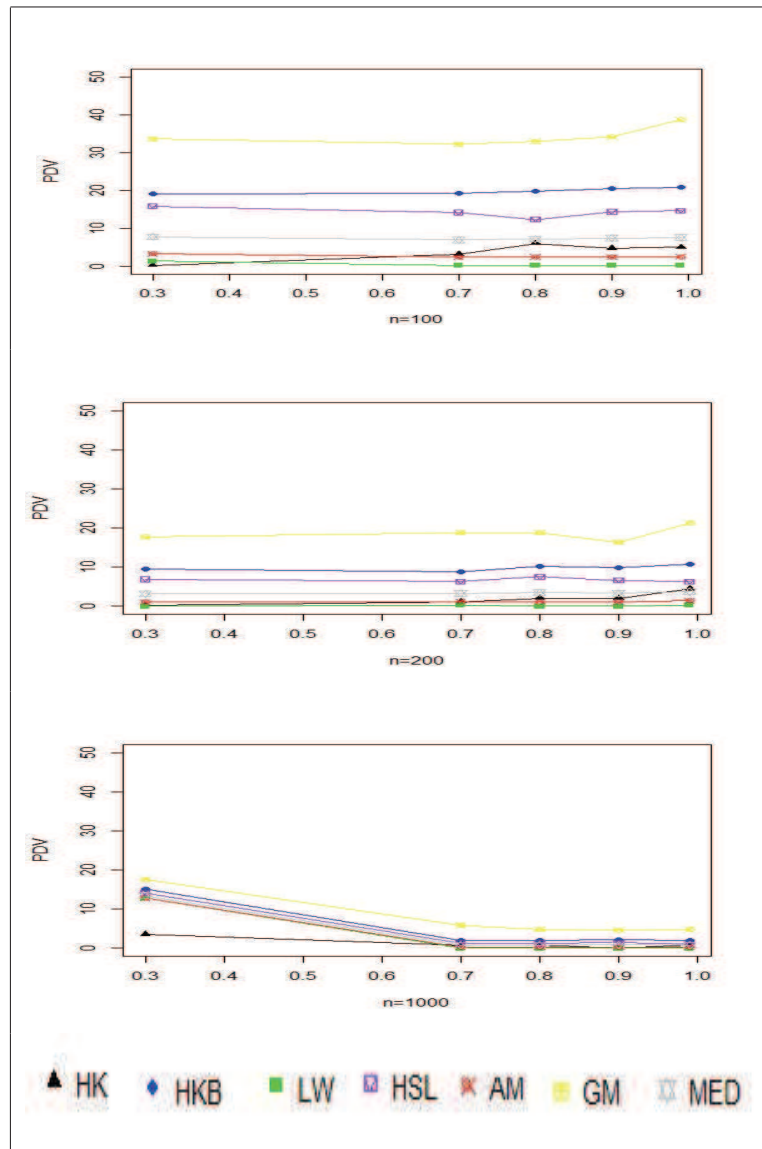


Figura 6 Diferença percentual entre os vieses obtidos pelos estimadores ridge generalizados e pelo estimador de mínimos quadrados ordinários, para o parâmetro  $\gamma_3$ , do modelo estrutural sem erro de especificação.

#### **4.2 Estudos de simulação dos estimadores ridge generalizados considerando modelo de equação estrutural com erros de especificação**

Observa-se, em se tratando dos modelos estruturais, considerando os erros de especificação, é que esses apresentaram EQMs similares ao modelo estrutural sem erro de especificação. Este resultado é condizente com Bollen et al. (2007) que realizaram um estudo, analisando o comportamento de um modelo estrutural em três diferentes especificações. Na primeira, o modelo estrutural considerado foi o modelo populacional, ou seja, o modelo sem erro de especificação; na segunda, o modelo estrutural considerado omitia uma relação causal; e na terceira, o modelo estrutural considerado omitia, conjuntamente, duas relações causais, situação similar a aqui apresentada. Em seu estudo, Bollen et al. (2007) concluíram que, em relação à variabilidade, não existem diferenças significativas entre modelos sem erro de especificação e modelos com erros de especificação.

Na análise dos vieses do parâmetro  $\gamma_3$  (único parâmetro comum às três especificações consideradas), por meio dos resultados apresentados nas Tabelas 7 e 8, pode-se observar que, na maioria das vezes e para todos os estimadores, os modelos com erros de especificação apresentaram maiores vieses. Este fato também foi observado por Bollen et al. (2007) em seu estudo.

Tabela 7 Diferença percentual entre os vieses obtidos pelo modelo sem erro de especificação, e pelo do modelo estrutural com erro de especificação na omissão de  $\xi_1$ , para o parâmetro  $\gamma_3$

$\rho^2 = 0,09$									
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED	
100	9,72%	38,23%	15,15%	8,49%	16,55%	13,71%	16,01%	15,72%	
200	10,53%	-46,46%	14,42%	10,53%	15,76%	13,28%	21,25%	14,54%	
1000	20,13%	-34,26%	7,50%	6,52%	7,84%	7,37%	11,14%	7,32%	
$\rho^2 = 0,49$									
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED	
100	20,38%	-57,14%	24,49%	20,59%	27,70%	25,39%	36,11%	26,82%	
200	-9,77%	-66,67%	-5,56%	-9,98%	-4,60%	-7,59%	3,91%	-6,31%	
1000	8,08%	-30,08%	8,66%	8,08%	9,23%	8,56%	11,46%	8,77%	
$\rho^2 = 0,64$									
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED	
100	-1,79%	-71,46%	3,37%	-1,57%	6,79%	3,06%	8,09%	4,60%	
200	20,52%	-49,58%	23,36%	20,52%	25,27%	23,14%	29,68%	24,30%	
1000	0,00%	-31,08%	0,99%	0,00%	1,00%	0,50%	3,86%	0,75%	
$\rho^2 = 0,81$									
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED	
100	6,13%	-64,38%	10,62%	6,38%	14,22%	11,20%	19,09%	12,66%	
200	2,27%	-65,19%	5,05%	2,27%	7,09%	4,74%	13,42%	5,61%	
1000	8,45%	-25,34%	9,07%	8,45%	33,60%	8,97%	16,15%	8,92%	
$\rho^2 = 0,98$									
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED	
100	1,69%	-78,23%	6,31%	1,69%	11,58%	6,61%	8,35%	8,14%	
200	-10,88%	-29,93%	-8,58%	-11,09%	-6,10%	-8,90%	-2,10%	-8,04%	
1000	-12,00%	-49,13%	-11,27%	-12,00%	-10,64%	-11,47%	-8,59%	-12,90%	

Tabela 8 Diferença percentual entre os vieses obtidos pelo modelo sem erro de especificação, e pelo do modelo estrutural com erro de especificação na omissão conjuntamente de  $\xi_1$  e  $\xi_2$ , para o parâmetro  $\gamma_3$

$\rho^2 = 0,09$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	11,39%	37,40%	15,62%	10,41%	18,94%	33,33%	3,12%	27,84%
200	-1,32%	-40,68%	2,40%	-1,32%	4,93%	10,94%	-4,70%	8,67%
1000	29,39%	28,40%	15,56%	14,73%	16,53%	17,85%	13,04%	17,18%
$\rho^2 = 0,49$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	14,21%	34,81%	16,63%	14,17%	21,83%	35,86%	5,27%	30,08%
200	-16,28%	-7,13%	-13,68%	-16,24%	-11,60%	-7,13%	-20,94%	-9,01%
1000	12,12%	14,79%	13,37%	12,12%	14,21%	15,37%	9,31%	14,79%
$\rho^2 = 0,64$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-1,79%	13,95%	0,94%	-1,79%	7,58%	17,94%	-9,11%	12,76%
200	16,76%	29,18%	19,69%	16,76%	22,58%	30,29%	10,95%	27,37%
1000	-9,34%	-7,52%	-8,66%	-9,34%	-7,98%	-7,05%	-11,08%	-7,52%
$\rho^2 = 0,81$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	5,33%	26,72%	10,18%	5,32%	16,08%	29,69%	-0,99%	23,57%
200	2,77%	13,33%	5,28%	2,77%	8,51%	14,46%	-0,65%	11,95%
1000	11,44%	14,44%	12,00%	11,44%	12,90%	14,13%	9,38%	13,51%
$\rho^2 = 0,98$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	11,30%	30,38%	13,32%	11,27%	19,46%	33,61%	-1,22%	27,30%
200	-3,47%	3,77%	-2,09%	-3,70%	1,96%	6,85%	-10,69%	4,46%
1000	-1,50%	0,25%	-0,98%	-1,50%	0,00%	0,75%	-3,58%	0,25%



### 4.3 Aplicação de modelos de equações estruturais ridge generalizados ao perfil de consumidores de café

Considerando as questões descritas na Tabela 4 e com o intuito de identificar as variáveis latentes  $\xi$ 's e  $\eta$ 's, que contribuem para a formação do modelo, realizou-se uma análise fatorial exploratória, utilizando o critério de rotação varimax, cujos resultados encontram-se descritos na Tabela 9.

Tabela 9 Cargas Fatoriais rotacionadas-VARIMAX

Constructo	Variável	Fator1	Fator2	Fator3	Fator4
Classe Social ( $\xi_1$ )	$X_1$	0,106	<b>0,963</b>	0,174	0,164
	$X_2$		<b>0,543</b>	0,160	
Preço/Marca ( $\xi_2$ )	$X_3$		0,267	<b>0,638</b>	
	$X_9$	0,258	0,189	<b>0,844</b>	
Produção ( $\xi_3$ )	$X_4$	-0,110	-0,233	0,354	<b>0,489</b>
	$X_5$		-0,135	0,139	<b>0,575</b>
	$X_6$	<b>0,684</b>	0,208		0,322
Origem/Região ( $\xi_4$ )	$X_7$	<b>0,805</b>			0,443
	$X_8$	<b>0,955</b>	0,113	0,263	

Levando em conta os quatro primeiros fatores, a porcentagem de variação explicada no modelo fatorial foi de 79,14%, sendo um valor coerente para assumir um bom ajuste. Dado os sinais e a similaridade entre as cargas fatoriais foi possível detectar arbitrariamente quatro variáveis latentes exógenas. Visando a um melhor esclarecimento, a formação de cada constructo é identificada na Tabela 9, pelas cargas fatoriais destacadas em negrito, com as devidas nomeações. Desta forma, o modelo representado na Figura 7 foi proposto, onde  $\eta$  representa a variável latente percepção dos consumidores em relação à qualidade do café.

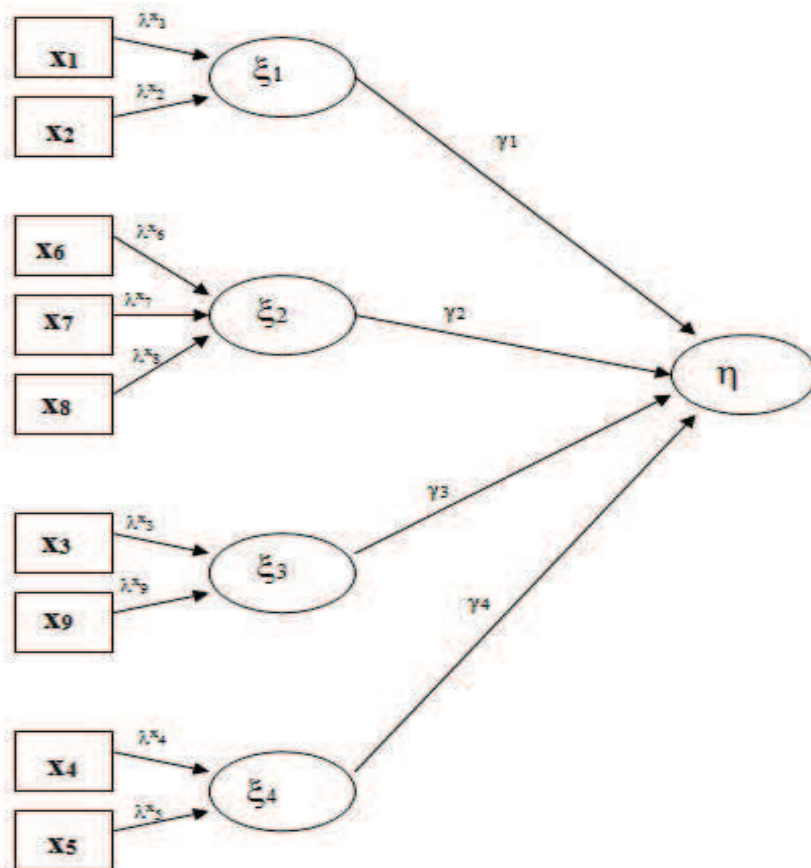


Figura 7 Representação gráfica para o modelo proposto.

Seguindo, a ilustração das relações lineares entre as variáveis (Figura 7), o sistema de equações obtido é dado por:

$$\begin{aligned}\xi_1 &= \lambda_1^x X_1 + \lambda_2^x X_2 + \delta_1 \\ \xi_2 &= \lambda_6^x X_6 + \lambda_7^x X_7 + \lambda_8^x X_8 + \delta_2 \\ \xi_3 &= \lambda_3^x X_3 + \lambda_9^x X_9 + \delta_3 \\ \xi_4 &= \lambda_4^x X_4 + \lambda_5^x X_5 + \delta_4 \\ \eta &= \gamma_1 \xi_1 + \gamma_2 \xi_2 + \gamma_3 \xi_3 + \gamma_4 \xi_4 + \zeta\end{aligned}$$

Preliminarmente à aplicação dos métodos de estimação, realizou-se uma

análise de multicolinearidade, para as variáveis exógenas observadas, por meio do teste de Farrar e Glauber. A estatística do teste de Farrar e Glauber, calculada de acordo com (18), resultou em  $FG = 164,6$  contra um valor crítico ao nível de 5% de 2,00, confirmando, assim, a existência de multicolinearidade entre as variáveis exógenas observadas. Desta forma, justifica-se o emprego dos estimadores ridge generalizados, avaliados no estudo de simulação, para o ajuste do modelo estrutural (Figura 7). Nesse contexto, inicialmente as estimativas do erro quadrático médio (EQM) foram obtidas, cujos resultados encontram-se descritos na Tabela 10.

Tabela 10 Estimativas do Erro Quadrático Médio (EQM) para o modelo estrutural

Estimador	EQM
MQ	1,416441
HK	0,022117
HKB	0,024535
LW	0,023308
HSL	0,022168
AM	0,022947
GM	0,033156
MED	0,022153

Nota-se que todos os estimadores ridge generalizados apresentaram EQM menor que o estimador de mínimos quadrados ordinários. Os níveis de redução de EQM, em comparação ao método de mínimos quadrados, foram maiores que 98%.

Prosseguindo com a finalização da análise, os resultados descritos na Tabela 11 correspondem às estimativas, para os parâmetros das equações estruturais, ilustradas no modelo proposto (Figura 7) bem como o percentual de variação amostral, explicada por cada equação, explicitado na estimativa de  $R^2$ .

Tabela 11 Estimativas dos parâmetros para o modelo com inclusão de Variáveis latentes

		$\xi_1$ ( $R^2 = 0,5484$ )							
		Estimativas							
$\lambda^X$	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED	
$\lambda_1^x$	0,4104	0,4068	0,4033	0,4103	0,4066	0,4087	0,3834	0,4069	
$\lambda_2^x$	0,5424	0,5327	0,5239	0,5421	0,5321	0,5376	0,4813	0,5329	
		$\xi_2$ ( $R^2 = 0,6277$ )							
		Estimativas							
$\lambda^X$	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED	
$\lambda_6^x$	-0,3945	-0,3546	-0,3058	-0,3930	-0,3623	-0,3806	-0,3877	-0,3571	
$\lambda_7^x$	-0,2914	-0,2891	-0,2707	-0,2917	-0,2907	-0,2925	-0,2885	-0,2897	
$\lambda_8^x$	-0,2657	-0,2474	-0,2264	-0,2649	-0,2507	-0,2588	-0,2587	-0,2485	
		$\xi_3$ ( $R^2 = 0,5768$ )							
		Estimativas							
$\lambda^X$	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED	
$\lambda_3^x$	0,4118	0,4076	0,4035	0,4117	0,4074	0,4097	0,3691	0,4077	
$\lambda_9^x$	0,5029	0,4934	0,4846	0,5026	0,4930	0,4981	0,4252	0,4935	
		$\xi_4$ ( $R^2 = 0,6447$ )							
		Estimativas							
$\lambda^X$	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED	
$\lambda_4^x$	-0,5097	-0,4673	-0,4314	-0,5079	-0,4682	-0,4876	-0,4696	-0,4673	
$\lambda_5^x$	0,5246	0,4806	0,4435	0,5227	0,4816	0,5016	0,4712	0,4806	
		$\eta$ ( $R^2 = 0,6475$ )							
		Estimativas							
$\gamma$	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED	
$\gamma_1$	0,1928	0,1865	0,1705	0,1924	0,1872	0,1914	0,1823	0,1871	
$\gamma_2$	-0,4253	-0,4024	-0,3521	-0,4238	-0,4050	-0,4199	-0,3825	-0,4043	
$\gamma_3$	0,2713	0,2560	0,2231	0,2703	0,2577	0,2677	0,2470	0,2573	
$\gamma_4$	0,4173	0,3930	0,3408	0,4157	0,3956	0,4114	0,4013	0,3950	

Os resultados, evidenciados na Tabela 11, apontam por inspeção que as estimativas ridge generalizadas obtidas por cada estimador são similares. Sugerindo assim, que qualquer um dos estimadores poderá ser utilizado. Tal afirmativa

é melhor comprovada, conforme os resultados, obtidos na simulação Monte Carlo, vistos na Seção anterior.

Em se tratando da qualidade de ajuste de cada equação, medida pelos coeficientes de determinação  $R^2$ , os valores estimados podem ser considerados aceitáveis. Todavia, dado os valores dos EQM terem sido próximos a zero, julgou-se adequado o ajuste do modelo estrutural, uma vez que, nesse contexto, as estimativas do EQM são interpretadas como um índice global de ajuste.

## 5 CONCLUSÃO

Com base nos resultados do estudo de simulação realizado, pode-se concluir que diante da presença de variáveis observadas multicolineares, os estimadores ridge generalizados apresentaram EQMs menores do que o tradicional estimador de mínimos quadrados ordinários. Contudo, os resultados observados de maiores destaques foram:

- a) Aumentando-se o tamanho amostral e o grau de multicolinearidade, os vieses dos estimadores ridge generalizados se aproximam dos vieses empíricos do estimador de mínimos quadrados ordinários.
- b) Aplicados a modelos estruturais com erros de especificação, os estimadores ridge generalizados, também, apresentaram EQMs menores do que o estimador de mínimos quadrados ordinários.

Em resumo, pode-se concluir que os estimadores ridge generalizados adaptados a modelos de equações estruturais são viáveis de serem aplicados a dados reais, superando questões numéricas inerentes à singularidade das matrizes envolvidas nos procedimentos de estimação.

## REFERÊNCIAS

ALVES, R.; CASAL, S.; OLIVEIRA, B. Benefícios do café na saúde: mito ou realidade? **Química Nova**, São Paulo, v. 32, n. 8, p. 2169-2180, set. 2009.

ARRUDA, A. C. et al. Justificativas e motivações do consumo e não consumo de café. **Ciência e Tecnologia de Alimentos**, Campinas, v. 29, n. 4, p. 754-763, dez. 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA INDÚSTRIA DE CAFÉ. Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: <<http://wwwwww.abic.com.br>>. Acesso em: 8 jul. 2014.

BENTLER, P. Comparative fit indexes in structural models. **Psychological Bulletin**, Washington, v. 107, n. 2, p. 238-246, Mar. 1990.

BENTLER, P.; BONETT, D. Significance tests and goodness of fit in the analysis of covariance structures. **Psychological Bulletin**, Washington, v. 88, p. 588-606, 1980.

BISTAFFA, B. **Incorporação de indicadores categóricos ordinais em modelos de equações estruturais**. 2010. 142 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

BOLLEN, K. An alternative two stage least squares (2sls) estimator for latent variable equations. **Psychometrika**, Williamsburg, v. 61, n. 3, p. 109-121, Sept. 1996.

BOLLEN, K. Sample size and bentler and bonetts nonnormed fit index. **Psychometrika**, Williamsburg, v. 51, p. 375-377, 1986.

BOLLEN, K. **Structural equations with latent variables**. New York: Wiley, 1989. 514 p.

BOLLEN, K. Total, direct, and indirect effects in structural equation models. **Sociological Methodology**, Oxford, v. 17, p. 37-69, 1987.

BOLLEN, K.; DAVIS, W. Causal indicator models: identification, estimation, and testing. **Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal**,

Abingdon, v. 16, n. 3, p. 498-522, July 2009.

BOLLEN, K. et al. Latent variable models under misspecification: two-stage least squares (2sls) and maximum likelihood (ml) estimators. **Sociological Methods Research**, Beverly, v. 36, n. 1, p. 48-86, Aug. 2007.

BOX, G.; DRAPER, N. **Response surfaces, mixtures and ridge analyses**. 2<sup>nd</sup> ed. New Jersey: Wiley, 2007. 857 p.

CASSEL, C.; HACKL, P.; WESTLUND, A. Robustness of partial least-squares method for estimating latent variable quality structures. **Journal of Applied Statistics**, Abingdon, v. 26, n. 4, p. 435-446, Aug. 1999.

CIRILLO, M.; BARROSO, L. Robust regression estimates in the prediction of latent variables in structural equation models. **JMASM - Journal Modern Applied Statistical Methods**, Berlin, v. 11, n. 1, p. 42-53, May 2012.

FARRAR, D.; GLAUBER, R. Multicollinearity in regression analysis the problem revisited. **The Review of Economics and Statistics**, Cambridge, v. 49, p. 92-107, 1967.

FREDHOLM, B. B. Adenosina, adenosina receptores e as ações de cafeína. **Pharmacology and Toxicology**, New York, v. 76, n. 2, p. 93-101, Feb. 1995.

GIBBONS, D. A simulation study of some ridge estimators. **Journal of the American Statistical Association**, New York, v. 76, p. 131-139, 1981.

GOLDBERGER, A. Structural equation methods in the social sciences. **Econometrica**, Chicago, v. 40, p. 979-1001, 1972.

GREENBERG, J. A.; BOOZER, C. N.; GELIEBTER, A. Coffe, diabetes and weight control. **American Journal of Clinical Nutrition**, New York, v. 84, n. 4, p. 682-693, Oct. 2006.

GUILKEY, D.; MURPHY, S. Directed ridge regression techniques in cases of multicollinearity. **Journal of the American Statistical Association**, New York, v. 70, p. 760-775, 1975.

HAIR, J. et al. **Análise multivariada de dados**. Porto Alegre: Bookman, 2005.



593 p.

HOCKING, R. R.; SPEED, F. M.; LYNN, M. J. A class of biased estimators in linear regression. **Technometrics**, Washington, v. 188, n. 4, p. 425-443, Nov. 1976.

HOERL, A. E.; KENNARD, R. W. Ridge regression: biased estimation for nonorthogonal problems. **Technometrics**, Washington, v. 12, p. 55-67, 1970.

HOERL, A. E.; KENNARD, R. W.; BALDWIN, K. F. Ridge regression:some simulation. **Communications in Statistic**, New York, v. 4, n. 2, p. 105-123, 1975.

JAMES, L.; MULAİK, S.; BRETT, J. **Causal analysis: assumptions, models and data**. Beverly Hills: Sage, 1982. 176 p.

JÖRESKOG, K. A general approach to confirmatory maximum likelihood factor analysis. **Psychometrika**, Williamsburg, v. 39, n. 2, p. 183-202, June 1969.

JÖRESKOG, K.; SORBOM, D. **Lisrel VI: analysis of linear structural relationships by maximum likelihood and least square methods**. Chicago: Scientific Software International, 1986. 378 p.

JÖRESKOG, K.; SORBOM, D. **Lisrel 8 users reference guide**. Chicago: Scientific Software International, 1996. 275 p.

JUNG, S. Structural equation modeling with small sample sizes using two-stage ridge least-squares estimation. **Behavior Research**, Austin, v. 45, n. 1, p. 75-81, Mar. 2013.

KAPLAN, A. **A conduta na pesquisa**. São Paulo: EDUSP, 1969. 82 p.

KIBRIA, B. M. G. Performance of some new regression estimators. **Communications in Statistics Simulation and Computation**, Ontario, v. 32, n. 2, p. 419-435, Mar. 2003.

LAWLESS, J. F.; WANG, P. A simulation study of ridge and other regression estimators. **Communications in Statistic**, New York, v. A5, n. 4, p. 307323, 1976.

LIM, J. Hedonic scaling: a review of methods and theory. **Food Quality and Preference**, Barking, v. 22, n. 2, p. 733-744, June 2011.

LOEHLIN, J. **Latent variable models**: an introduction to factor, path, and structural equation analysis. Mahwah: L. Erlbaum, 2004. 317 p.

MACDONALD, G.; GALARNEAU, D. A Monte Carlo evaluation of some ridge-type estimators. **Journal of the American Statistical Association**, New York, v. 70, p. 407-416, 1975.

MARÔCO, J. **Análise de equações estruturais**: fundamentos teóricos, software aplicações. Pêro Pinheiro: Report Number, 2010. 374 p.

MONTFORT, K.; OUD, J.; SATORRA, A. **Recent developments on structural equation models**: theory and applications. London: Mathematical Modelling Theory and Applications, 2004. 358 p.

MULAIK, S. et al. Evaluation of goodness-of-fit indices for structural equation models. **Psychological Bulletin**, Washington, v. 105, p. 430-445, 1989.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R**: a language and environment for statistical computing. Vienna, 2011. 409 p.

SAES, M. S. M.; SPERS, E. E. Percepção do consumidor sobre os atributos de diferenciação no segmento rural: café no mercado interno. **Organizações Rurais Agroindustriais**, Lavras, v. 8, n. 3, p. 354-367, nov. 2006.

SANCHES, M. **Indicadores formativos em modelos de equações estruturais**. 2005. 145 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

SANTOS, E. N. F. **Álgebra intervalar na análise de correspondência**: um estudo de caso em testes de aceitação sensorial com erros de medidas. 2012. 98 f. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2012.

SANTOS, V. et al. Análise do setor de produção e processamento de café em minas gerais: uma abordagem matriz insumo-produto. **RESR**, Piracicaba, v. 47, n. 2, p. 363-388, jul. 2009.

SCHUMACKER, R.; LOMAX, R. **A beginners guide to structural equation modeling**. New Jersey: L. Erlbaum, 2004. 550 p.

TANAK, J.; HUBA, G. A fit index for covariance structure models under arbitrary gls estimation. **British Journal of Mathematical and Statistical Psychology**, London, v. 38, p. 197-201, 1985.

TANSKANEN, A. et al. Heavy coffee drinking and the risk of suicide. **European Journal of Epidemiology**, Oxford, v. 16, n. 9, p. 789-791, Oct. 2000.

TIMM, N. **Applied multivariate analysis**. New York: Springer, 2002. 675 p.

TUCKER, L.; LEWIS, C. A reliability coefficient for maximum likelihood factor analysis. **Psychometrika**, Madison, v. 38, p. 1-10, 1973.

YUAN, K. H.; WU, R.; BENTLER, P. Ridge structural equation modelling with correlation matrices for ordinal and continuous data. **British Journal of Mathematical and Statistical Psychology**, London, v. 64, n. 1, p. 107-133, Feb. 2011.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A - Matriz de Covariância Implícita de $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$

A matriz de covariância implícita de  $\mathbf{y}$ ,  $\Sigma_{yy}(\boldsymbol{\theta})$  é dada por:

$$\begin{aligned}
 \Sigma_{yy}(\boldsymbol{\theta}) &= E[\mathbf{y}\mathbf{y}'] \\
 &= E[(\Lambda_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\epsilon})(\Lambda_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\epsilon})'] \\
 &= E[(\Lambda_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\epsilon})(\boldsymbol{\eta}' \Lambda_y' + \boldsymbol{\epsilon}')'] \\
 &= E[\Lambda_y \boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\eta}' \Lambda_y' + \Lambda_y \boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\epsilon}' + \boldsymbol{\epsilon} \boldsymbol{\eta}' \Lambda_y' + \boldsymbol{\epsilon} \boldsymbol{\epsilon}'] \\
 &= \Lambda_y E[\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\eta}'] \Lambda_y' + \Lambda_y E[\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\epsilon}'] + E[\boldsymbol{\epsilon} \boldsymbol{\eta}'] \Lambda_y' + E[\boldsymbol{\epsilon} \boldsymbol{\epsilon}'] \\
 &= \Lambda_y E[\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\eta}'] \Lambda_y' + \boldsymbol{\Theta}_\epsilon
 \end{aligned} \tag{37}$$

De (2), tem-se:

$$\boldsymbol{\eta} = (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} (\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}) \tag{38}$$

Substituindo (38) em (37), tem-se:

$$\begin{aligned}
 \Sigma_{yy}(\boldsymbol{\theta}) &= \Lambda_y E[\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\eta}'] \Lambda_y' + \boldsymbol{\Theta}_\epsilon \\
 &= \Lambda_y E\left[\left((\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} (\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})\right) \left((\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} (\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})\right)'\right] \Lambda_y' + \boldsymbol{\Theta}_\epsilon \\
 &= \Lambda_y (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} E[(\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})(\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})'] (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1'} \Lambda_y' + \boldsymbol{\Theta}_\epsilon \\
 &= \Lambda_y (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} \left\{ \boldsymbol{\Gamma} E[\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\xi}'] \boldsymbol{\Gamma}' + \boldsymbol{\Gamma} E[\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\zeta}'] + E[\boldsymbol{\zeta} \boldsymbol{\xi}'] \boldsymbol{\Gamma}' + E[\boldsymbol{\zeta} \boldsymbol{\zeta}'] \right\} (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1'} \Lambda_y' + \boldsymbol{\Theta}_\epsilon \\
 &= \Lambda_y (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} [\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Gamma}' + \boldsymbol{\Psi}] (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1'} \Lambda_y' + \boldsymbol{\Theta}_\epsilon
 \end{aligned} \tag{39}$$

A matriz de covariância implícita de  $\mathbf{x}$ ,  $\Sigma_{xx}(\boldsymbol{\theta})$  é dada por:

$$\begin{aligned}
\Sigma_{xx}(\boldsymbol{\theta}) &= E[\mathbf{xx}'] \\
&= E[(\mathbf{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})(\mathbf{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})'] \\
&= E[(\mathbf{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})(\boldsymbol{\xi}' \boldsymbol{\Lambda}'_x + \boldsymbol{\zeta}')'] \\
&= E[\mathbf{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\xi}' \boldsymbol{\Lambda}'_x + \mathbf{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\zeta}' + \boldsymbol{\zeta} \boldsymbol{\xi}' \boldsymbol{\Lambda}'_x + \boldsymbol{\zeta} \boldsymbol{\zeta}'] \\
&= \mathbf{\Lambda}_x E[\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\xi}'] \boldsymbol{\Lambda}'_x + \mathbf{\Lambda}_x E[\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\zeta}'] + E[\boldsymbol{\zeta} \boldsymbol{\xi}'] \boldsymbol{\Lambda}'_x + E[\boldsymbol{\zeta} \boldsymbol{\zeta}'] \\
&= \mathbf{\Lambda}_x \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Lambda}'_x + \boldsymbol{\Theta}_\delta
\end{aligned} \tag{40}$$

A matriz de covariância implícita de  $\mathbf{x}$  com  $\mathbf{y}$ ,  $\Sigma_{xy}(\boldsymbol{\theta})$  é dada por:

$$\begin{aligned}
\Sigma_{xy}(\boldsymbol{\theta}) &= E[\mathbf{xy}'] \\
&= E[(\mathbf{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})(\mathbf{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\epsilon})'] \\
&= E[(\mathbf{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})(\boldsymbol{\eta}' \boldsymbol{\Lambda}'_y + \boldsymbol{\epsilon}')'] \\
&= E[\mathbf{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\eta}' \boldsymbol{\Lambda}'_y + \mathbf{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\epsilon}' + \boldsymbol{\zeta} \boldsymbol{\eta}' \boldsymbol{\Lambda}'_y + \boldsymbol{\zeta} \boldsymbol{\epsilon}'] \\
&= \mathbf{\Lambda}_x E[\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\eta}'] \boldsymbol{\Lambda}'_y + \mathbf{\Lambda}_x E[\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\epsilon}'] + E[\boldsymbol{\zeta} \boldsymbol{\eta}'] \boldsymbol{\Lambda}'_y + E[\boldsymbol{\zeta} \boldsymbol{\epsilon}'] \\
&= \mathbf{\Lambda}_x E[\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\eta}'] \boldsymbol{\Lambda}'_y \\
&= \mathbf{\Lambda}_x E\left[\boldsymbol{\xi} \left((\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1} (\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})\right)'\right] \boldsymbol{\Lambda}'_y \\
&= \mathbf{\Lambda}_x E\left[\boldsymbol{\xi} (\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})'\right] (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1'} \boldsymbol{\Lambda}'_y \\
&= \mathbf{\Lambda}_x E\left[\boldsymbol{\xi} (\boldsymbol{\xi}' \boldsymbol{\Gamma}' + \boldsymbol{\zeta}')\right] (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1'} \boldsymbol{\Lambda}'_y \\
&= \mathbf{\Lambda}_x \left\{ E[\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\xi}'] \boldsymbol{\Gamma}' + E[\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\zeta}'] \right\} (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1'} \boldsymbol{\Lambda}'_y \\
&= \mathbf{\Lambda}_x \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Gamma}' (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1'} \boldsymbol{\Lambda}'_y
\end{aligned} \tag{41}$$

De (41) matriz de covariância implícita de  $\mathbf{y}$  com  $\mathbf{x}$ ,  $\Sigma_{yx}(\boldsymbol{\theta})$  é dada por:

$$\Sigma_{yx}(\boldsymbol{\theta}) = (\Sigma_{xy}(\boldsymbol{\theta}))' = \Lambda_y (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} \mathbf{\Gamma} \Phi \Lambda_x' \quad (42)$$

**APÊNDICE B - Adaptação dos Estimadores Ridge Generalizados à Modelagem de Equações Estruturais**

Considere, apenas a primeira equação do modelo estrutural, dado em (1):

$$\eta_{1j} = \beta_{11}\eta_{1j} + \beta_{12}\eta_{2j} + \cdots + \beta_{1r}\eta_{rj} + \gamma_{11}\xi_{1j} + \gamma_{12}\xi_{2j} + \cdots + \gamma_{1s}\xi_{sj} + \zeta_{1j}, j = 1, \dots, n \quad (43)$$

onde  $r$  é o número de variáveis latentes endógenas;  $s$  é o número de variáveis latentes exógenas; e o índice  $j$  indica as unidades amostrais.

A equação (43) apresenta a seguinte forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \eta_{11} \\ \eta_{12} \\ \vdots \\ \eta_{1n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{21} & \cdots & \eta_{r1} & \vdots & \xi_{11} & \xi_{21} & \cdots & \xi_{s1} \\ \eta_{12} & \eta_{22} & \cdots & \eta_{r2} & \vdots & \xi_{12} & \xi_{22} & \cdots & \xi_{s2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \eta_{1n} & \eta_{2n} & \cdots & \eta_{rn} & \vdots & \xi_{1n} & \xi_{2n} & \cdots & \xi_{sn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_{11} \\ \beta_{12} \\ \vdots \\ \beta_{1r} \\ \cdots \\ \gamma_{11} \\ \gamma_{12} \\ \vdots \\ \gamma_{1s} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \zeta_{11} \\ \zeta_{12} \\ \vdots \\ \zeta_{1n} \end{pmatrix} \quad (44)$$

$$\boldsymbol{\eta}_{(n \times 1)} = \boldsymbol{\omega}_{(n \times (r+s))} \boldsymbol{\theta}_{((r+s) \times 1)} + \boldsymbol{\zeta}_{(n \times 1)} \quad (44)$$

onde:

- a)  $\boldsymbol{\eta}_1$  ( $n \times 1$ ) é o vetor contendo as  $n$  unidades amostrais da variável latente endógena  $\eta_1$ ;
- b)  $\boldsymbol{\omega}$  ( $n \times (r+s)$ ) é a matriz particionada contendo as  $n$  unidades amostrais das variáveis latentes endógenas, e as  $n$  unidades amostrais das variáveis latentes exógenas;
- c)  $\boldsymbol{\theta}_1$  ( $(r+s) \times 1$ ) é uma vetor particionado, contendo os coeficientes que relacionam os  $r$  fatores endógenos com o fator  $\boldsymbol{\eta}_1$ , e os coeficientes que relacionam os  $s$  fatores exógenos com com o fator  $\boldsymbol{\eta}_1$ ;
- d) como  $\eta_1$  não é causa nem efeito dela mesma, então,  $\beta_{11} = 0$ ;
- e)  $\boldsymbol{\zeta}_1$  ( $n \times 1$ ) é um vetor de erros.

Considere, agora, apenas a primeira equação do modelo de mensuração especificado em termos das variáveis exógenas, dado em (3):

$$X_{1j} = \lambda_{11}^x \xi_{1j} + \lambda_{12}^x \xi_{2j} + \cdots + \lambda_{1s}^x \xi_{sj} + \delta_{1j}, j = 1, \cdots, n \quad (45)$$

onde  $s$  é o número de variáveis latentes exógenas; e o índice  $j$  indica as unidades amostrais.

A equação (45) apresenta a seguinte forma matricial:

$$\begin{pmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ \vdots \\ X_{1n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_{11} & \xi_{21} & \cdots & \xi_{s1} \\ \xi_{12} & \xi_{22} & \cdots & \xi_{s2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \xi_{1n} & \xi_{2n} & \cdots & \xi_{sn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11}^x \\ \lambda_{12}^x \\ \vdots \\ \lambda_{1s}^x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_{11} \\ \delta_{12} \\ \vdots \\ \delta_{1n} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}_{1(n \times 1)} = \boldsymbol{\xi}_{(n \times s)} \boldsymbol{\Lambda}_{x_1(s \times 1)} + \boldsymbol{\delta}_1(n \times 1) \quad (46)$$



Seguindo a primeira equação do modelo estrutural, dada em (44), inicialmente, será obtido uma matriz ortogonal  $\mathbf{D}$ , por meio da decomposição  $\mathbf{\Psi} = \mathbf{D}'\mathbf{C}\mathbf{D}$ , onde  $\mathbf{\Psi}$  contém os autovalores da matriz  $\mathbf{C} = \boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{\omega}$ . Assim, a primeira equação do modelo estrutural, escrita na forma canônica, será dada por:

$$\boldsymbol{\eta}_1 = \boldsymbol{\omega}^* \boldsymbol{\gamma}_1 + \boldsymbol{\zeta}_1 \quad (47)$$

$$\text{onde } \boldsymbol{\omega}^* = \boldsymbol{\omega}\mathbf{D} \text{ e } \boldsymbol{\gamma}_1 = \mathbf{D}'\boldsymbol{\theta}_1.$$

Em relação à primeira equação do modelo de mensuração, dada em (46), representativa das variáveis exógenas, a decomposição realizada para a obtenção da matriz ortogonal  $\mathbf{D}$  será dada na igualdade  $\mathbf{D}'\mathbf{C}\mathbf{D} = \mathbf{\Phi}$ , onde  $\mathbf{\Phi}$  contém os autovalores da matriz  $\mathbf{C} = \boldsymbol{\xi}'\boldsymbol{\xi}$ . Assim, a primeira equação do modelo de mensuração em  $\mathbf{x}$ , escrita na forma canônica, será dada por:

$$\mathbf{x}_1 = \boldsymbol{\xi}^* \boldsymbol{\lambda}^{x_1} + \boldsymbol{\delta}_1 \quad (48)$$

$$\text{onde } \boldsymbol{\xi}^* = \boldsymbol{\xi}\mathbf{D} \text{ e } \boldsymbol{\lambda}^{x_1} = \mathbf{D}'\boldsymbol{\Lambda}_{x_1}.$$

Para a primeira equação do modelo estrutural (47) e a primeira equação do modelo de mensuração (48), os estimadores ridge generalizados são dados, respectivamente, por:

$$\widehat{\boldsymbol{\gamma}}_1(k) = \left( \boldsymbol{\omega}^{*'} \boldsymbol{\omega}^* + \mathbf{K} \right)^{-1} \boldsymbol{\omega}^{*'} \boldsymbol{\eta}_1 \quad (49)$$

e

$$\widehat{\boldsymbol{\lambda}}^{x_1}(k) = \left( \boldsymbol{\xi}^{*'} \boldsymbol{\xi}^* + \mathbf{K} \right)^{-1} \boldsymbol{\xi}^{*'} \mathbf{x}_1 \quad (50)$$

onde  $\mathbf{K} = \text{diag}(k_1, \dots, k_p)$ ;  $k_i > 0$ ;  $p$  é o número de variáveis independentes envolvidas no modelo;  $\widehat{\boldsymbol{\gamma}}_1 = \mathbf{\Psi}^{-1} \boldsymbol{\omega}^{*'} \boldsymbol{\eta}_1$  é a estimativa de mínimos quadrados ordinários de  $\boldsymbol{\gamma}_1$ ; e  $\widehat{\boldsymbol{\lambda}}^{x_1} = \mathbf{\Phi}^{-1} \boldsymbol{\xi}^{*'} \mathbf{x}_1$  é a estimativa de mínimos quadrados

ordinários de  $\lambda^{x_1}$ .

O valor estimado de  $k_i$ , que minimizará o erro quadrático médio para o modelo estrutural e modelo de mensuração é dado respectivamente por:

$$k_i = \frac{\sigma^2}{\gamma_{1i}^2} \quad (51)$$

e

$$k_i = \frac{\sigma^2}{(\lambda_i^{x_1})^2} \quad (52)$$

onde  $\sigma^2$  representa a variância do erro do modelo representado pelas equações (44) e (46),  $\lambda_i^{x_1}$  o  $i$ -ésimo elemento de  $\lambda^{x_1}$  e  $\gamma_{1i}$  o  $i$ -ésimo elemento de  $\gamma_1$ . Como  $\sigma^2$ ,  $\lambda_i^{x_1}$  e  $\gamma_{1i}$  são desconhecidos, serão substituídos por seus estimadores não tendenciosos.

Com base nas equações (51) e (52), os estimadores ridge generalizados (KIBRIA, 2003) adaptados ao modelo de equações estruturais, serão dados conforme a Tabela 12.

Os estimadores ridge generalizados para as outras  $(r - 1)$  equações do modelo estrutural, são análogos aos obtidos para a primeira equação. Da mesma forma, os estimadores ridge generalizados para as outras  $(q - 1)$  equações do modelo de mensuração em  $X$ , são obtidos de forma análoga aos obtidos para a primeira equação. E os estimadores ridge generalizados para as  $p$  equações do modelo de mensuração em  $Y$  são semelhantes as do modelo de mensuração em  $X$ .

Tabela 12 Estimadores Ridge Generalizados Adaptados à SEM

Modelo Estrutural	Modelo de Mensuração em x
$\hat{k}_{HK} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\gamma}_{1max}^2}$	$\hat{k}_{HK} = \frac{\hat{\sigma}^2}{(\hat{\lambda}_{max}^{x_1})^2}$
$\hat{k}_{HKB} = \frac{(r+s)\hat{\sigma}^2}{\sum \hat{\gamma}_{1i}^2}$	$\hat{k}_{HKB} = \frac{s\hat{\sigma}^2}{\sum (\hat{\lambda}_i^{x_1})^2}$
$\hat{k}_{LW} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum \psi_i \hat{\gamma}_{1i}^2}$	$\hat{k}_{LW} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum \phi_i (\hat{\lambda}_i^{x_1})^2}$
$\hat{k}_{HSL} = \hat{\sigma}^2 \frac{\sum \psi_i \hat{\gamma}_{1i}^2}{(\sum \psi_i \hat{\gamma}_{1i}^2)^2}$	$\hat{k}_{HSL} = \hat{\sigma}^2 \frac{\sum \phi_i (\hat{\lambda}_i^{x_1})^2}{(\sum \phi_i (\hat{\lambda}_i^{x_1})^2)^2}$
$\hat{k}_{AM} = \frac{1}{(r+s)} \sum \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\gamma}_{1i}^2}$	$\hat{k}_{AM} = \frac{1}{s} \sum \frac{\hat{\sigma}^2}{(\hat{\lambda}_i^{x_1})^2}$
$\hat{k}_{GM} = \frac{\hat{\sigma}^2}{(\prod \hat{\gamma}_{1i}^2)^{\frac{1}{(r+s)}}$	$\hat{k}_{GM} = \frac{\hat{\sigma}^2}{(\prod (\hat{\lambda}_i^{x_1})^2)^{\frac{1}{s}}}$
$\hat{k}_{MED} = Median \left\{ \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\gamma}_{1i}^2} \right\}$	$\hat{k}_{MED} = Median \left\{ \frac{\hat{\sigma}^2}{(\hat{\lambda}_i^{x_1})^2} \right\}$

APÊNDICE C - Rotina R: Função utilizada para calcular as estimativas ridge generalizadas, bem como, o EQM e os vieses para os modelos analisados.

```
est_ridge=function(numx,n,matx)
{
# n: tamanho amostral;
# numx: numero de variáveis independentes;
# matx: matriz das variáveis independentes;

##### calculando a matrix C=X'X #####

C<-t(matx)%*%matx
m<-eigen(C)
aval<-m$values #autovalores
```

```

avec<-m$vector$ #autovetores

#####Encontrando a ordem do autovetor associado ao maior autovalor #####

for(f in 1:numx)

{

if (aval[f]==max(aval))

maxval=f

}

beta<-avec[,maxval] #autovetor correspondente ao maior autovalor
# tal que t(beta)%*%beta=1

#####Regressão ridge generalizada#####

vlambda <- diag(aval) #matriz diagonal dos autovalores

if (numx==1)
vlambda <-aval # autovalor

D<-avec #matriz ortogonal tal que D'CD= vlambda

Xest<-as.matrix(matx%*%D) #matriz X transformada: X*=XD

alpha <-t(D)%*%beta #Vetor paramétrico transformado

yi <- Xest%*%alpha + rnorm(n) #modelo na forma canônica

yip<-(yi[,1]-mean(yi[,1]))/((var(yi[,1]))^0.5)
#v.deped.padronizada, tal que X'Y esteja na forma de correlação

#####estimador de minimos quadrados ordinarios#####

alpha_est<-ginv(t(D)%*%C%*%D)%*%(t(Xest)%*%yip)

```

```
#####Erro Quadrático Médio Estimador de mínimos quadrados#####

ychapCan<- matx%*%alpha_est

erroCan<- yip-ychapCan

MSELSCan<-sum(erroCan ^2)/(n-numx)

#####Estimadores do parâmetro Ridge#####

Ipx=as.matrix(diag(1,rep(numx)))

# KHK
k1=MSELSCan/((max(alpha_est))^2)

# KHKB
k2=(numx*MSELSCan)/(sum((alpha_est)^2))

# KLW
k3=(MSELSCan)/(sum(aval%*(alpha_est^2)))

# KHSL
k4=(MSELSCan)*(sum(aval%*alpha_est)^2)/(sum(aval%*(alpha_est^2)))^2

# KAM
k5=(1/numx)*(sum(MSELSCan/(alpha_est)^2))

# KGM
k6=(MSELSCan)/(prod((alpha_est)^2)^(1/numx))

# KMED
k7=median((MSELSCan)/((alpha_est)^2))

#####Estimativas Ridge#####

k=rbind(k1,k2,k3,k4,k5,k6,k7)

k=t(k)
```

```

alphachap<-matrix(nrow=numx,ncol=ncol(k))

for (b in 1:ncol(k))

{
  alphachap[,b] <-solve(vlambda+k[,b]*Ipx)%*%t(Xest)%*%yip
}

ERIDGE=alphachap

#####ERRO QUADRATICO MÉDIO-Ridge#####

EQM=matrix(0,nrow=1,ncol=ncol(k))

for (u in 1:ncol(k))

{

somaq1=0 ; somaq2=0 ; q1=0 ; q2=0 ; auxeqm=0

for (v in 1:nrow(k))

{

q1= (aval[v]/((aval[v]+k[v,u])^2))

somaq1=somaq1+q1

q2= ((k[v,u]^2*ERIDGE[v,u]^2)/((aval[v]+k[v,u])^2))

somaq2=somaq2+q2

auxeqm=(MSELScan*somaq1)+somaq2

}

EQM[1,u]=auxeqm

```

```
}  
  
return(list(EstRidge=ERIDGE, EstMQuadrados=alpha_est, EQMRidge=EQM,  
EQMMQuadrados=MSELSCan, par_can=alpha, beta=beta, D=D, y=yip, x=Xest))  
  
}
```

**APÊNDICE D - Vieses Referentes aos Parâmetros  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$**

**Tabela 13** Estimativas dos Viés para o parâmetro  $\gamma_1$ , do modelo estrutural sem erro de especificação, considerando diferentes tamanhos amostrais e diferentes graus de multicolinearidade

$\rho^2=0,09$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-0,0305	-0,0214	-0,0265	-0,0305	-0,0330	-0,0300	-0,0243	-0,0290
200	-0,0286	-0,0232	-0,0262	-0,0286	-0,0299	-0,0283	-0,0241	-0,0278
1000	-0,0237	-0,0223	-0,0230	-0,0237	-0,0239	-0,0236	-0,0218	-0,0234
$\rho^2=0,49$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-0,0237	-0,0126	-0,0187	-0,0236	-0,0259	-0,0230	-0,0145	-0,0218
200	-0,0312	-0,0253	-0,0288	-0,0312	-0,0325	-0,0309	-0,0269	-0,0304
1000	-0,0264	-0,0249	-0,0257	-0,0264	-0,0267	-0,0263	-0,0241	-0,0261
$\rho^2=0,64$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-0,0242	-0,0126	-0,0187	-0,0242	-0,0265	-0,0235	-0,0158	-0,0222
200	-0,0332	-0,0280	-0,0311	-0,0332	-0,0346	-0,0329	-0,0291	-0,0324
1000	-0,0242	-0,0228	-0,0235	-0,0242	-0,0244	-0,0241	-0,022	-0,0239
$\rho^2=0,81$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-0,0251	-0,0128	-0,0197	-0,0251	-0,0273	-0,0244	-0,0147	-0,0231
200	-0,0282	-0,0224	-0,0255	-0,0282	-0,0295	-0,0279	-0,0237	-0,0272
1000	-0,0287	-0,0273	-0,0281	-0,0287	-0,0290	-0,0288	-0,0270	-0,0285
$\rho^2=0,98$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-0,0181	-0,0065	-0,0123	-0,0181	-0,0202	-0,0174	-0,0071	-0,0159
200	-0,0183	-0,0110	-0,0146	-0,0183	-0,0195	-0,0179	-0,0099	-0,0170
1000	-0,0262	-0,0249	-0,0255	-0,0262	-0,0265	-0,0261	-0,0245	-0,0259



Tabela 14 Estimativas dos Viés para o parâmetro  $\gamma_2$ , do modelo estrutural sem erro de especificação, considerando diferentes tamanhos amostrais e diferentes graus de multicolinearidade.

$\rho^2=0,09$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-0,1026	-0,1086	-0,1196	-0,1027	-0,1076	-0,1046	-0,1476	-0,1085
200	-0,1009	-0,1025	-0,1093	-0,1009	-0,1034	-0,1019	-0,1274	-0,1038
1000	-0,1073	-0,1079	-0,1092	-0,1073	-0,1079	-0,1076	-0,1145	-0,1080
$\rho^2=0,49$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-0,1017	-0,1083	-0,1185	-0,1019	-0,1065	-0,1037	-0,1475	-0,1076
200	-0,1002	-0,1023	-0,1085	-0,1003	-0,1026	-0,1012	-0,1246	-0,1031
1000	-0,1000	-0,1003	-0,1018	-0,1000	-0,1005	-0,1002	-0,1057	-0,1006
$\rho^2=0,64$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-0,1007	-0,1066	-0,1172	-0,1009	-0,1054	-0,1027	-0,1433	-0,1065
200	-0,1039	-0,1064	-0,1124	-0,1039	-0,1063	-0,1049	-0,1287	-0,1068
1000	-0,0964	-0,0964	-0,0981	-0,0965	-0,0969	-0,0966	-0,1022	-0,0970
$\rho^2=0,81$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-0,09778	-0,1024	-0,1138	-0,098	-0,1024	-0,0997	-0,139	-0,1034
200	-0,0980	-0,1008	-0,1064	-0,0981	-0,1003	-0,099	-0,1217	-0,1009
1000	-0,1018	-0,1021	-0,1036	-0,1018	-0,1023	-0,102	-0,1092	-0,1024
$\rho^2=0,98$								
n	MQ	HK	HKB	LW	HSL	AM	GM	MED
100	-0,1082	-0,1157	-0,1266	-0,1084	-0,1133	-0,1104	-0,1562	-0,1147
200	-0,1003	-0,1023	-0,1087	-0,1003	-0,1028	-0,1012	-0,1236	-0,1032
1000	-0,103	-0,1035	-0,1048	-0,103	-0,1035	-0,1032	-0,1107	-0,1036