



ADRIELE APARECIDA PEREIRA

**DESCRIÇÃO DO CRESCIMENTO DO
CAFEIRO UTILIZANDO MODELOS DE
REGRESSÃO**

**LAVRAS - MG
2013**

ADRIELE APARECIDA PEREIRA

**DESCRIÇÃO DO CRESCIMENTO DO CAFEIEIRO UTILIZANDO
MODELOS DE REGRESSÃO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Mestre.

Orientador
Dr. Augusto Ramalho de Moraes

LAVRAS - MG
2013

**Ficha Catalográfica Elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da
Biblioteca da UFLA**

Pereira, Adriele Aparecida.

Descrição do crescimento do cafeeiro utilizando modelos de regressão / Adriele Aparecida Pereira. – Lavras : UFLA, 2013.

72 p. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Lavras, 2013.

Orientador: Augusto Ramalho de Moraes.

Bibliografia.

1. Altura do cafeeiro. 2. Análise de resíduos. 3. Densidade de plantio. 4. Irrigação. 5. Modelo não linear. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD – 519.536

ADRIELE APARECIDA PEREIRA

**DESCRIÇÃO DO CRESCIMENTO DO CAFEIEIRO UTILIZANDO
MODELOS DE REGRESSÃO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 26 de fevereiro de 2013.

Dr. Agostinho Roberto de Abreu

UFLA

Dra. Myriane Stella Scalco

UFLA

Dr. Augusto Ramalho de Moraes
Orientador

**LAVRAS - MG
2013**

*Aos meus pais, José Antônio Pereira e Bernadete Domingueti Pereira, pelo amor,
atenção e companheirismo, presentes em todos os momentos de minha vida.*

DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, por me dar vida, saúde e perseverança frente aos desafios da vida.

A Jesus Cristo, ao Divino Espírito Santo e à Nossa Senhora, por me iluminarem e abençoarem em cada um dos momentos que compuseram esta realização profissional.

Aos meus pais, José Antônio Pereira e Bernadete Domingueti Pereira, que me apoiaram e me deram força para concretizar mais este sonho.

Aos meus irmãos, Ramon de Jesus Pereira e Cleófas Adalberto Pereira, pelo companheirismo e amizade.

Ao meu noivo, Tales Jesus Fernandes, pelo carinho, palavras de otimismo, confiança e companheirismo.

Ao professor Augusto Ramalho de Moraes, que me orientou na realização deste trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária da UFLA, pelos ensinamentos transmitidos em cada disciplina.

À professora Myriane Stella Scalco, do departamento de Agricultura, pela valiosa colaboração.

À CAPES, pela concessão de bolsa de estudos.

"Espera no Senhor! Força e coragem! Espera no Senhor!"

Salmo 26 - Bíblia Sagrada

RESUMO

A cultura do cafeeiro constitui uma das mais relevantes atividades agrícolas do país. Alguns fatores como a densidade de plantio e o regime de irrigação adotados, afetam, de forma direta, no desenvolvimento vegetativo e reprodutivo da planta. Assim, o objetivo do presente trabalho foi avaliar, ao longo do tempo, o crescimento em altura do cafeeiro, cultivar Rubi MG 1192, cultivado nas densidades 3333 e 10000 plantas ha^{-1} e nos regimes de irrigação Si (testemunha), 20 kPa e 60 kPa. Os dados são oriundos de um experimento realizado em Lavras-MG, delineado em blocos casualizados, com quatro repetições, utilizando o esquema de parcelas subdivididas no tempo, sendo as densidades de plantio alocadas nas parcelas, os regimes de irrigação nas subparcelas e, as épocas de avaliação constituíram as subsubparcelas. Para descrever o crescimento das plantas, foram utilizados os modelos de regressão não lineares Logístico e Gompertz, com resíduos independentes e autocorrelacionados, de acordo com os resultados preliminares da análise de resíduos. Na estimação dos parâmetros, foi utilizado o método de mínimos quadrados e o algoritmo de Gauss-Newton no processo iterativo. O coeficiente de determinação ajustado e o critério de informação de Akaike foram usados na comparação dos ajustes. Os dois modelos analisados apresentam bons ajustes, sendo o modelo Gompertz o que melhor representa o crescimento em altura do cafeeiro. Na densidade de plantio 10000 plantas ha^{-1} , observa-se as maiores estimativas para a altura média das plantas. E, em ambas as densidades, os regimes de irrigação, 20 e 60 kPa apresentaram índices de maturidade maiores que o regime não irrigado, indicando que esta técnica contribui positivamente para o desenvolvimento vegetativo do cafeeiro.

Palavras-chave: Altura do cafeeiro. Análise de resíduos. Densidade de plantio. Irrigação. Modelo não linear.

ABSTRACT

The coffee culture is one of the most important agricultural activities in the country. Some factors such as planting density and irrigation regime adopted, directly affect the vegetative and reproductive development of the plant. The objective of this study was to evaluate, over time, the growth in height of coffee, Rubi MG 1192, grown at densities 3333 and 10000 plants ha⁻¹ and irrigation regimes Si (control), 20 kPa and 60 kPa. The data are from an experiment conducted in Lavras-MG, randomized blocks design with four replications, using the split split plot scheme in time planting densities being the main plots, irrigation schemes and subplots, evaluation times constituted the subplots. To describe the growth of the plants were used nonlinear regression models Logistic and Gompertz, with independent and waste autocorrelated, according to the preliminary results of the analysis of residues. In parameter estimation, we used the method of least squares and the Gauss-Newton algorithm in the iterative process. The adjusted coefficient of determination and the Akaike information criterion were used to compare the adjustments. The two models analyzed have good fits, and the Gompertz model which best represents the growth in height of coffee. In planting density 10000 plants ha⁻¹, there was the largest estimates for plant height. And in both densities, irrigation schemes, 20 and 60 kPa, showed higher levels of maturity that the scheme is not irrigated, indicating that this technique contributes positively to the coffee vegetative development.

Key-words: Height of coffee. Analysis of residuals. Planting density. Irrigation. Nonlinear model.

SUMÁRIO

| | | |
|--------------|--|----|
| 1 | INTRODUÇÃO | 10 |
| 2 | REFERENCIAL TEÓRICO | 12 |
| 2.1 | A cultura do cafeeiro | 12 |
| 2.2 | Alguns fatores que influenciam no desenvolvimento vegetativo e reprodutivo da cultura | 13 |
| 2.3 | Curvas de crescimento | 15 |
| 2.4 | Análise de crescimento | 15 |
| 2.4.1 | Análise de crescimento vegetal | 16 |
| 2.4.2 | Análise de crescimento do cafeeiro | 18 |
| 2.5 | Modelos de regressão | 21 |
| 2.6 | Modelos de regressão não lineares | 23 |
| 2.6.1 | Modelo Logístico | 23 |
| 2.6.2 | Modelo Gompertz | 24 |
| 2.6.3 | Outros modelos não lineares | 25 |
| 2.7 | Estimação dos parâmetros na regressão não linear | 26 |
| 2.7.1 | Método iterativo de Gauss-Newton | 29 |
| 2.8 | Seleção de modelos: avaliadores de qualidade do ajuste | 31 |
| 2.8.1 | Coefficiente de determinação | 31 |
| 2.8.2 | Coefficiente de determinação ajustado | 32 |
| 2.8.3 | Critério de informação de Akaike | 32 |
| 3 | MATERIAL E MÉTODOS | 33 |
| 3.1 | Descrição do experimento e caracterização dos dados | 33 |
| 3.2 | Metodologia | 35 |
| 4 | RESULTADOS E DISCUSSÃO | 40 |
| 4.1 | Regime sem irrigação: Si-testemunha | 44 |
| 4.2 | Regime de irrigação: 20 kPa | 50 |
| 4.3 | Regime de irrigação: 60 kPa | 55 |
| 4.4 | Considerações gerais | 60 |
| 5 | CONCLUSÕES | 63 |
| | REFERÊNCIAS | 64 |
| | ANEXOS | 70 |

1 INTRODUÇÃO

Os produtos agrícolas constituem uma das bases da economia brasileira, e entre eles, se destaca o café (RODRIGUES et al., 2010).

Atualmente, o Brasil é o país que apresenta a maior produção de café do mundo, sendo Minas Gerais, Espírito Santo, São Paulo, Bahia, Paraná e Rondônia, os principais estados produtores. Destes, o estado de Minas Gerais é o maior produtor, sendo a região sul do estado a responsável pela maior produção (SILVA et al., 2011).

As espécies que propiciam uma bebida de melhor qualidade apresentam maior valor comercial. Deste modo, a preocupação em se produzir café de qualidade e também em aumentar a produtividade, tem levado os produtores a investirem mais em todo o processo que envolve a sua produção (SILVA et al., 2011).

Alguns fatores como a densidade de plantio adotada e o suprimento das necessidades hídricas das plantas (uso da irrigação) influenciam diretamente no desenvolvimento vegetativo, produtividade e qualidade final do café.

Sendo também o segundo maior país consumidor, no Brasil se desenvolve vasta rede de pesquisas envolvendo a cultura. As pesquisas acerca do desenvolvimento do cafeeiro, as quais podem ser feitas utilizando-se da análise de crescimento, apresentam uma importante aplicação na pesquisa agropecuária, pois permite ao pesquisador comparar o comportamento das plantas, ou de determinada parte, diante das diversas situações experimentais empregadas; e desta forma, propor melhorias no manejo da cultura.

A análise de crescimento pode ser realizada por meio de modelos de regressão lineares e não lineares. Porém, os modelos não lineares se destacam por apresentarem alguns parâmetros interpretáveis biologicamente, o que vem a

auxiliar o pesquisador e o produtor em suas análises e no entendimento acerca do desenvolvimento da planta (BROWN; FITZHUGH JUNIOR; CARTWRIGHT, 1976; MAZZINI et al., 2005; OLIVEIRA; LÔBO; PEREIRA, 2000).

Esta interpretabilidade biológica dos parâmetros está relacionada, no caso do crescimento de plantas em função do tempo, à altura assintótica máxima, ao índice de maturidade, de forma que quanto maior for este valor menos tempo a planta leva para atingir a altura assintótica máxima e com o momento em que a planta muda de uma fase de crescimento acelerada para uma fase de crescimento inibitória, pelo ponto de inflexão.

Assim, o objetivo deste trabalho foi descrever e analisar, ao longo do tempo, o crescimento em altura de plantas do cafeeiro, cultivar Rubi MG 1192, em duas diferentes densidades de plantio e três regimes de irrigação, por meio dos modelos de regressão não lineares Logístico e Gompertz.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção, é apresentada uma revisão de literatura acerca da cultura do cafeeiro, da utilização dos modelos de regressão na análise e descrição do crescimento, um dos processos de estimação dos parâmetros e diferentes critérios que determinam o melhor ajuste.

2.1 A cultura do cafeeiro

A cultura cafeeira constitui uma das mais relevantes atividades agrícolas do Brasil (RODRIGUES et al., 2010).

O café foi trazido da Guiana Francesa e introduzido no Brasil inicialmente no estado do Pará, no ano de 1.727 (CHALFOUN; REIS, 2010; MENDES; GUIMARÃES; SOUZA, 2002b). Como o clima do país é propício ao seu cultivo (quente e úmido) e o produto já apresentava alto valor comercial, o cafeeiro se espalhou rapidamente por vários estados brasileiros. E com pouco tempo, veio a se tornar o produto base da economia do Brasil, que até então era a cana-de-açúcar.

Durante os séculos seguintes (XIX e meados do século XX), o café permaneceu liderando as exportações do setor agrícola brasileiro, e ainda hoje é muito importante para este setor, pois gera milhares de empregos desde a sua plantação até o produto final (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA INDÚSTRIA DE CAFÉ - ABIC, 2012; MENDES; GUIMARÃES; SOUZA, 2002b).

Atualmente, o Brasil é o maior produtor de café do mundo, representando 30% do mercado internacional e também é o segundo maior consumidor. Os principais estados produtores do país são Minas Gerais, Espírito Santo, São Paulo, Bahia, Paraná e Rondônia, representando 97,7% da produção nacional (COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO - CONAB, 2012). Destes, o estado

de Minas Gerais é o maior produtor, sendo a região sul do estado a responsável pela maior produção (SILVA et al., 2011).

O café pertence à família botânica Rubiaceae, e dentre as diversas espécies existentes, as espécies *Coffea arábica L.* e *Coffea canephora P.*, do gênero *Coffea*, são as que propiciam uma bebida de melhor qualidade, apresentando assim maior importância econômica (SÁGIO, 2009).

Deste modo, a preocupação em se produzir café de qualidade e também em aumentar a produtividade, tem levado os produtores a investirem mais em todo o processo que envolve a sua produção (SILVA et al., 2011).

Vários fatores são determinantes no desenvolvimento vegetativo, produtividade e qualidade final do café, entre eles, citam-se: solo, clima, altitude, espécie, cultivar, disponibilidade hídrica, adubação, tratamentos culturais, cuidados na colheita e manuseio, secagem, beneficiamento e armazenamento.

2.2 Alguns fatores que influenciam no desenvolvimento vegetativo e reprodutivo da cultura

Segundo Silva (2007), a água é essencial no ciclo do cafeeiro, pois é a principal responsável pela absorção e transporte de nutrientes. Desta forma, os períodos de seca intensos afetam negativamente a cultura, podendo prejudicar o desenvolvimento vegetativo das plantas e ocasionar uma redução na produtividade (SILVA et al., 2011).

Inicialmente, a cultura do café se desenvolveu nas regiões aptas ao seu cultivo. Entretanto, devido ao seu valor comercial e ao grande mercado consumidor, o interesse pela cultura aumentou e o seu cultivo se espalhou por todo o país. Porém, em áreas onde as chuvas são insuficientes e/ou mal distribuídas o uso da irrigação faz-se essencial (SILVA, 2007; SILVA; TEODORO; MELO, 2008).

A irrigação contribui para o melhor desenvolvimento vegetativo das plantas, aumento da produtividade e obtenção de grãos e bebida de melhor qualidade (CARVALHO et al., 2006; COSTA, A. et al., 2010; COSTA, E. et al., 2010; SILVA et al., 2011). Aliada à irrigação, a fertirrigação - técnica de adubação que utiliza a água da irrigação para levar nutrientes à planta - também traz vantagens para os produtores, pois proporciona uma economia nos gastos com mão-de-obra e fertilizantes (melhor aproveitamento).

O uso da irrigação requer do produtor um conhecimento prévio acerca das necessidades hídricas da cultura, pois em quantidade exagerada, provoca o desperdício de água, energia e nutrientes; se for insuficiente, pode prejudicar o desenvolvimento das plantas e na fase do chumbinho, que ocorre após a florada, pode atrasar o crescimento dos frutos e diminuir a produtividade (SILVA; TEODORO; MELO, 2008).

No entanto, são poucos os trabalhos, na literatura, que indicam o manejo adequado da irrigação - período ideal (contínuo ou suplementar) e a quantidade adequada, que se baseia em suprir totalmente, em todas as fases de desenvolvimento, as necessidades hídricas das plantas (CARVALHO, 2003; SILVA et al., 2011; SILVA; TEODORO; MELO, 2008).

Além da irrigação, outro fator que pode influenciar tanto no desenvolvimento quanto na produção do cafeeiro é a densidade de plantio adotada.

Segundo Arantes et al. (2006) e Pereira et al. (2011), atualmente grande parte dos cafeicultores está aderindo ao sistema adensado - mais de 5000 plantas ha^{-1} , o que implica na diminuição do espaçamento entre ruas e entre plantas, com o intuito de otimizar as áreas cultivadas e aumentar a produção.

Pesquisas têm relatado o aumento da produção associado ao adensamento. Entretanto, no decorrer dos anos e com o crescimento da lavoura, há redução

na produtividade individual devido à competição de nutrientes entre as plantas (PEREIRA et al., 2011).

Assim, a escolha da densidade de plantio a ser empregada deve ser analisada cuidadosamente pelo produtor, pois sua implantação reflete diretamente, por um longo período, no manejo, produção e longevidade da lavoura (CARVALHO, 2003).

2.3 Curvas de crescimento

A evolução de características representativas do crescimento, como por exemplo altura, peso, diâmetro de fruto entre outras, geralmente é definida por uma curva com comportamento sigmoidal. Neste tipo de curva, as taxas de crescimento vão aumentando até atingir um valor máximo, e posteriormente vão diminuindo e tendendo a zero.

A descrição da curva de crescimento pode ser realizada por meio de modelos de regressão lineares e não lineares. Porém, os modelos não lineares se destacam por melhor representarem o comportamento sigmoidal das curvas de crescimento e por apresentarem parâmetros com interpretação biológica (BROWN; FITZHUGH JUNIOR; CARTWRIGHT, 1976; MAZZINI et al., 2005; OLIVEIRA; LÔBO; PEREIRA, 2000).

2.4 Análise de crescimento

A análise de crescimento se baseia em um conjunto de métodos que descrevem, interpretam e avaliam a contribuição dos fatores envolvidos no desenvolvimento da característica em estudo.

Assim, o estudo acerca do crescimento do cafeeiro apresenta uma rele-

vante aplicação na pesquisa agropecuária, pois permite ao pesquisador comparar o comportamento das plantas diante das diversas situações experimentais empregadas (MAIA et al., 2009). E, os resultados destes estudos são úteis aos produtores, pois podem indicar melhorias no manejo da cultura, como por exemplo, a melhor forma e/ou época de realizar as adubações, pulverizações, capinas, podas, colheita, entre outros.

Na literatura, encontram-se vários trabalhos nas áreas animal e vegetal cujas descrição e análise de crescimento são realizadas por meio dos modelos não lineares.

2.4.1 Análise de crescimento vegetal

Segundo Taiz e Zeiger (2004), a determinação de matéria seca da planta ou de uma parte específica, como caule, folhas e raiz, é uma das variáveis apropriadas para analisar o crescimento vegetal.

Assim, ao realizar a análise de crescimento de duas cultivares do feijoeiro, Aporé e Safira, sob o efeito de diferentes formas de plantio (direto e convencional) e espaçamentos (0,25 e 0,5 m), em um experimento realizado no esquema de parcelas subdivididas, Urchei, Rodrigues e Stone (2000) verificaram que os acúmulos de matéria seca total em função do tempo, considerando o espaçamento 0,5 m, podem ser descritos por modelos exponenciais de três parâmetros.

Fayad et al. (2001) avaliaram o crescimento dos frutos das cultivares do tomateiro, Santa Clara e EF 50, pela produção de matéria seca total (MST), dos frutos (MSF) e altura das plantas (AP) em função do tempo. Eles verificaram que a produção de MST e a AP, em ambas as cultivares, podem ser descritas por modelos não lineares exponenciais de três parâmetros. E que a produção de MSF é bem

representada por um modelo não linear exponencial, considerando a cultivar Santa Clara, e um linear quadrático, considerando a cultivar EF 50; ambos os modelos com três parâmetros.

Analisando o crescimento de frutos de manga cultivar Haden, no período da floração à colheita, Castro Neto e Reinhardt (2003) verificaram que tanto a massa fresca quanto o volume do fruto podem ser descritos por curvas com comportamento sigmoidal - modelo não linear.

Ao estudar algumas características do crescimento do milho BR 106, como altura da planta, matéria seca total e matéria seca das espigas, Lyra et al. (2008) verificaram que a evolução destas características, ao longo do tempo, pode ser descrita pelo modelo não linear Logístico.

Os modelos não lineares Brody, Gompertz, Logístico e von Bertalanffy foram utilizados por Maia et al. (2009) para descrever a altura do pseudocaule de duas cultivares de bananeira, Anã e FHIA 01, sob o efeito de cinco doses de um regulador de crescimento, totalizando dez tratamentos no delineamento em blocos casualizados, com oito repetições. O modelo Logístico foi o mais adequado, segundo os avaliadores de qualidade de ajuste adotados.

Terra, Muniz e Savian (2010) avaliaram o comprimento e o diâmetro dos frutos da tamareira-anã ao longo do tempo, utilizando os modelos Logístico e Gompertz. Em ambas as características, o modelo Logístico foi o que melhor representou os dados e apresentou estimativas condizentes com os de outros trabalhos.

Ao avaliar o crescimento em diâmetro externo, longitudinal e transversal, do fruto do coqueiro, por meio dos modelos Logístico e Gompertz, Prado (2011) verificou que o modelo Logístico foi indicado como o melhor para descrever o crescimento do fruto do coqueiro, segundo os critérios de comparação de modelos

adotados.

Cunha (2011) utilizou os modelos linear quadrático, Logístico e Gompertz - todos com três parâmetros, para descrever o diâmetro longitudinal de frutos de ameixeira, cultivar Gulfbalse, avaliados semanalmente no período de 50 dias após a frutificação. Ele verificou que ambos os modelos não lineares com estrutura de erros autoregressivos de ordem um, foram os que melhor representaram o crescimento dos frutos.

2.4.2 Análise de crescimento do cafeeiro

Algumas pesquisas envolvendo experimentos com o cafeeiro têm sido realizadas com o auxílio da análise de crescimento, com o intuito de verificar os efeitos de diversas variáveis, como por exemplo, o uso da irrigação e de diferentes densidades de plantio à cultura.

O número de ramos plagiotrópicos, a altura e o diâmetro de copa das plantas, são variáveis relevantes a serem avaliadas nestas pesquisas, pois são representativas do desenvolvimento vegetativo e reprodutivo do cafeeiro (RODRIGUES et al., 2010).

Carvalho et al. (2006) analisaram os dados de altura, diâmetro de copa e número de ramos plagiotrópicos do cafeeiro, cultivar Rubi MG 1192, provenientes de um experimento realizado em Lavras-MG, em que foi utilizado o delineamento em blocos casualizados e o esquema de parcelas subdivididas, com quatro repetições, sendo as densidades de plantio 2500 e 10000 plantas ha⁻¹ atribuídas às parcelas e, os regimes de irrigação testemunha (não irrigado), 20 kPa e 100 kPa nas subparcelas, totalizando seis tratamentos. Eles verificaram que a altura das plantas e o diâmetro de copa podem ser descritos pelo modelo não linear Logístico

e, o número de ramos plagiotrópicos pelo modelo linear simples. Foi constatado que as plantas mais altas e, com maior número de ramos plagiotrópicos, foram observadas na maior densidade de plantio e, que a irrigação propiciou maiores médias em relação à testemunha.

Rodrigues et al. (2010) também avaliaram o desenvolvimento vegetativo do café arábica por meio destas três variáveis, em um experimento delineado em blocos casualizados, com seis repetições, e três lâminas de irrigação (0%, 50%, 100% da capacidade do campo), no município de Rolim de Moura-RO. Eles verificaram que estas variáveis em função das lâminas de irrigação, podem ser descritas por modelos lineares quadráticos de três parâmetros.

Já Silva, Teodoro e Melo (2008) fizeram uso do modelo linear quadrático e não linear exponencial na descrição das quatro produtividades iniciais da cultivar Rubi MG 1192 em função de oito regimes de irrigação por gotejamento (0%, 30%, 60%, 90%, 120%, 150%, 180% e 210% da evaporação em tanque Classe A). Os dados são provenientes de um experimento realizado em Uberaba-MG, delineado em blocos ao acaso, com quatro repetições, sendo os tratamentos os oito regimes de irrigação.

Em um experimento irrigado realizado em Maringá-PR, Costa, A. et al. (2010) analisaram o comportamento das variáveis produtividade e número de ramos plagiotrópicos das cultivares Obatã e IAPAR 59, em função de diferentes doses de NPK, 0%, 50%, 100%, 150% e 200%. A produtividade de ambas as cultivares foi descrita por modelos lineares quadráticos e, o número de ramos plagiotrópicos foi descrito por um modelo linear simples, considerando a cultivar Obatã e, por um linear quadrático, considerando a cultivar IAPAR-59.

Em Lavras-MG, Silva et al. (2011) avaliaram o efeito de diferentes lâminas de água (0%, 60%, 80%, 100%, 120% e 140% de K_c - fator de cultura - pré

definidos) na produtividade de dois anos da cultivar Rubi. Neste experimento, o delineamento adotado foi o de blocos casualizados com seis tratamentos (lâminas de água) e três repetições. Eles verificaram que a relação entre a produtividade e as lâminas de água pode ser descrita por um modelo linear quadrático.

Também em Lavras-MG, Gervásio (1998) utilizou os modelos lineares simples e quadrático para descrever a altura do cafeeiro, cultivar Icatu MG 3282, em função de seis lâminas de irrigação (40%, 60%, 80%, 100%, 120% e 140% da evaporação do tanque classe A), durante a fase inicial de formação. Dentre os resultados, ele verificou que o aumento da umidade do solo acelerou o desenvolvimento da lavoura.

Os resultados das pesquisas acima evidenciam que a prática da irrigação é benéfica para a cultura do café, proporcionando incrementos significativos nas características avaliadas, mesmo em regiões consideradas aptas ao seu cultivo, como é o caso do sul de Minas Gerais.

Em um experimento realizado em Adamantina-SP, Paulo, Furlani Junior e Fazuoli (2005) avaliaram o crescimento de duas cultivares de baixo porte, submetidas às densidades de plantio 2500, 5000, 7519 e 10000 plantas ha^{-1} , dos dois aos cinco anos de idade. Eles constataram que as maiores densidades de plantio apresentaram plantas mais altas; apresentando no quinto ano altura média de 1,81 m na densidade 10000 e 1,57 m na densidade 2500.

Em Bom Jesus do Itabapoana-RJ, Andrade et al. (2007) realizaram um experimento com a cultivar Catuaí Vermelho, delineado em blocos casualizados, em esquema de parcelas subdivididas, com quatro repetições, para avaliarem isoladamente o efeito de diferentes espaçamentos entre linhas (EEL - parcelas) - 1; 1,5; 2 e 2,5m - e entre plantas na linha (EEP - subparcelas) - 0,25; 0,5; 0,75 e 1m - na altura e diâmetro de copa das plantas ao longo do tempo. Foi verificado

que o cafeeiro alcançou maiores alturas na medida em que as plantas ficaram mais adensadas, ou seja, nos menores EEL e também nos menores EEP. Em relação ao diâmetro de copa, verificou-se que, em média, há uma diminuição à medida que se adensa mais o cafeeiro.

Pereira et al. (2011) avaliaram isoladamente o efeito da redução do espaçamento entre as linhas (EEL) - 2; 2,5; 3 e 3,5m - e entre as plantas na linha (EPL) - 0,5; 0,75 e 1m - sobre o crescimento e a produtividade da cultivar Catuaí Vermelho IAC. Os dados são oriundos de um experimento delineado em blocos ao acaso em esquema fatorial 4x3, com três repetições, realizado em Machado-MG. Foi constatado que a produtividade dos oito anos avaliados pode ser descrita por modelos lineares simples, considerando tanto o EEL quanto o EPL como variável independente. A evolução da altura das plantas em função tanto do EEL quanto do EPL foi representada por modelos lineares simples e, o diâmetro de copa por modelos lineares quadráticos. Observou-se também que, a altura das plantas diminuiu com o aumento tanto do EEL quanto do EPL. Estes resultados corroboram com resultados parciais encontrados por Andrade et al. (2007), Carvalho et al. (2006) e Paulo, Furlani Junior e Fazuoli (2005), citados anteriormente.

2.5 Modelos de regressão

A regressão se baseia na obtenção de uma relação funcional entre duas ou mais variáveis quantitativas; ou seja, conhecer quanto uma variável, chamada variável independente, influencia no desenvolvimento da variável em estudo, chamada variável resposta.

Como já dito anteriormente, os modelos de regressão têm sido vastamente empregados tanto na descrição quanto na análise de crescimento animal e vegetal.

Segundo Draper e Smith (1998) os modelos de regressão, em relação aos parâmetros, são classificados em:

1. Lineares: um modelo é considerado linear, se as suas derivadas parciais de primeira ordem com relação a qualquer um dos parâmetros não depende de nenhum destes parâmetros;
2. Não lineares: se pelo menos uma das derivadas parciais de primeira ordem do modelo com relação a qualquer um dos parâmetros, depender de algum parâmetro, então o modelo é considerado não linear;
3. Linearizáveis: são modelos que a princípio são não lineares, mas que através de alguma transformação se tornam lineares.

Na estatística clássica, algumas pressuposições devem ser satisfeitas para que inferências sobre os parâmetros do modelo, como por exemplo, os intervalos de confiança e os testes de hipóteses, possam ser feitas e validadas. São elas: resíduos independentes, seguindo uma distribuição Normal de média zero e variância homogênea. O atendimento destas pressuposições é importante pois garante a confiabilidade dos resultados inferenciais.

Assim, os modelos de regressão podem ainda ser classificados conforme as características apresentadas pelo vetor de resíduos. Draper e Smith (1998) e Gallant (1987) os classificam da seguinte maneira:

1. Ordinários: são modelos cujo vetor de resíduos atende a todas as pressuposições; ou seja, $e \sim N(\phi; I\sigma^2)$, em que I é uma matriz identidade;
2. Ponderados: são aqueles cujo vetor de resíduos não atende a pressuposição de variâncias homogêneas; ou seja, $e \sim N(\phi; D\sigma^2)$, em que D é uma matriz diagonal, positiva definida, que pondera a variância σ^2 ;

3. Generalizados: são modelos cujo vetor de resíduos não atende a pressuposição de independência e possivelmente a de variâncias homogêneas; ou seja, $e \sim N(\phi; W\sigma^2)$, em que W é uma matriz simétrica, positiva definida, que representa as variâncias e covariâncias dos resíduos.

2.6 Modelos de regressão não lineares

A representação matricial de um modelo não linear é dada pela seguinte expressão:

$$Y = f(X, \beta) + e \quad (2.1)$$

em que, Y é o vetor de observações da variável resposta em estudo, de dimensões $n \times 1$; β é o vetor de parâmetros a serem estimados, de dimensões $p \times 1$; e é o vetor que representa a variável aleatória não observável (resíduo), de dimensões $n \times 1$; e $f(X, \beta)$ é o vetor de funções não lineares em β , contínuas e diferenciáveis, de dimensões $n \times 1$.

Ao contrário do que acontece com os modelos de regressão lineares, representados por $Y = X.\beta + e$, na representação matricial dos modelos não lineares, não é possível separar o vetor de parâmetros β da matriz X . Como poderá ser visto na seção 2.7, este fato interferirá no processo de estimação dos parâmetros.

2.6.1 Modelo Logístico

Proposto inicialmente por Verhulst em 1838, o modelo Logístico foi utilizado para estudar o crescimento de populações humanas. Posteriormente, seu uso se difundiu na descrição do crescimento de animais e plantas (BACAËR,

2011).

Uma de suas parametrizações assume a forma:

$$y_i = \frac{\alpha}{1 + e^{(\delta - \beta x_i)}} + e_i$$

em que, y_i são os valores observados da variável resposta, sendo $i=1,2,\dots,n$; α é a assíntota superior (valor máximo a ser atingido pela variável em estudo); δ é um parâmetro que não apresenta interpretação biológica direta, mas que é importante para manter o formato sigmoidal do modelo e está relacionado com o ponto de inflexão; β está associado ao crescimento e indica o índice de maturidade; x_i são os valores que a variável independente assume e, e_i é o erro aleatório associado ao modelo (MAIA et al., 2009).

Este modelo apresenta formato sigmoidal e é simétrico em relação ao ponto de inflexão; ou seja, quando x assume o valor $\frac{\delta}{\beta}$ (abscissa do ponto de inflexão), y atinge metade do seu valor máximo esperado, $\frac{\alpha}{2}$.

2.6.2 Modelo Gompertz

Segundo Winsor (1932), este modelo foi proposto por Benjamin Gompertz em 1825, sendo por muito tempo utilizado apenas na área atuarial. Uma de suas parametrizações é dada por:

$$y_i = \alpha e^{-e^{(\delta - \beta x_i)}} + e_i$$

em que, y_i são os valores observados da variável resposta, sendo $i=1,2,\dots,n$; α é a assíntota superior (valor máximo a ser atingido pela variável em estudo); δ é um parâmetro que não apresenta interpretação biológica direta, mas que é importante

para manter o formato sigmoidal do modelo e está relacionado com o ponto de inflexão; β está associado ao crescimento e indica o índice de maturidade; x_i são os valores que a variável independente assume e, e_i é o erro aleatório associado ao modelo.

O modelo Gompertz também apresenta formato sigmoidal, porém não apresenta simetria em relação ao ponto de inflexão; ou seja, quando x assume o valor $\frac{\delta}{\beta}$ (abscissa do ponto de inflexão), y atinge o valor $\frac{\alpha}{e}$, que é menor que $\frac{\alpha}{2}$.

2.6.3 Outros modelos não lineares

Outro modelo que também apresenta comportamento sigmoidal é o modelo de von Bertalanffy (BERTALANFFY, 1957). Proposto por Ludwig von Bertalanffy em 1957, este modelo é muito utilizado na área ecológica para modelar o comprimento de peixes em função do tempo.

O modelo Brody é um exemplo de modelo não linear que não apresenta comportamento sigmoidal (BRODY, 1945). Ele não possui ponto de inflexão e apresenta concavidade voltada para baixo, sendo caracterizado como um modelo de crescimento restrito.

Os modelos exponenciais também são exemplos de modelos não lineares que não apresentam comportamento sigmoidal. Eles podem ser côncavos para cima ou para baixo.

Apresentando quatro parâmetros, o modelo Richards representa uma generalização dos principais modelos de crescimento (RICHARDS, 1959). Uma de suas parametrizações é dada por:

$$y_i = \alpha(1 + (\delta - 1)e^{-\beta(x_i - \gamma)})^{\frac{1}{1-\delta}} + e_i$$

em que, y_i são os valores observados da variável resposta, sendo $i=1,2,\dots,n$; α é a assíntota superior (valor máximo a ser atingido pela variável em estudo); γ é um parâmetro sem interpretação biológica direta, mas importante para manter o formato do modelo; β está associado ao crescimento e indica o índice de maturidade, ou seja, quanto maior for este valor menos tempo será necessário para o valor assintótico ser atingido; δ é o parâmetro que controla o ponto de inflexão e determina a forma da curva, em modelos que não apresentam ponto de inflexão, têm-se $\delta = 0$; x_i são os valores que a variável independente assume e, e_i é o erro aleatório associado ao modelo.

O que diferencia o modelo Richards dos demais é o parâmetro δ . A medida que δ assume os valores 0, $\frac{2}{3}$, 1 e 2 o modelo Richards se decompõe, respectivamente, nos modelos Brody, von Bertalanffy, Gompertz e Logístico.

2.7 Estimação dos parâmetros na regressão não linear

O método dos momentos, da máxima verossimilhança e o de mínimos quadrados são alguns métodos que podem ser utilizados na estimação dos parâmetros de modelos lineares e não lineares; sendo que o método de mínimos quadrados (MMQ) é o mais utilizado (CALBO; SILVA; TORRES, 1989; CUNHA, 2011).

O MMQ apresenta variações de acordo com a classificação do modelo. Assim, se o vetor de resíduos apresentar as características de um modelo ordinário, pode-se utilizar o MMQ ordinários. Os estimadores de MMQ ordinários são não viesados e apresentam variância mínima dentre qualquer outro conjunto de estimadores não viesados (KUTNER; NACHTSHEIM; NETER, 2004; SEARLE, 1971).

Se o vetor de resíduos apresentar heterogeneidade de variâncias, pode-se utilizar o MMQ ponderados, pois na presença desta característica este método tam-

bém fornece estimadores não tendenciosos e de variância mínima (HOFFMAN; VIEIRA, 1998).

E, se o vetor de resíduos apresentar as características de um modelo generalizado, sugere-se a utilização do MMQ generalizados, pois segundo Draper e Smith (1998) e Hoffman e Vieira (1998) este método é mais eficiente que o MMQ ponderados e ordinários.

O MMQ, descrito em Draper e Smith (1998) entre outros, consiste em estimar o vetor de parâmetros β de forma que a soma de quadrados dos resíduos seja mínima.

Assim, seja $S(\beta)$ a soma de quadrados dos resíduos associado à (2.1); sua expressão é dada por:

$$\begin{aligned}
 S(\beta) &= e'e \\
 &= [Y - f(X, \beta)]'[Y - f(X, \beta)] \\
 &= Y'Y - Y'f(X, \beta) - [f(X, \beta)]'Y + [f(X, \beta)]'[f(X, \beta)] \\
 &= Y'Y - 2[f(X, \beta)]'Y + [f(X, \beta)]'[f(X, \beta)]
 \end{aligned}$$

Anulando as derivadas parciais de $S(\beta)$ em relação à β , é possível obter os pontos críticos de $S(\beta)$. A expressão das derivadas parciais é dada por:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta} &= -2 \left[\frac{\partial f(X, \beta)}{\partial \beta} \right]' Y + \left[\frac{\partial f(X, \beta)}{\partial \beta} \right]' f(X, \beta) + [f(X, \beta)]' \left[\frac{\partial f(X, \beta)}{\partial \beta} \right] \\
 &= -2 \left[\frac{\partial f(X, \beta)}{\partial \beta} \right]' Y + 2 \left[\frac{\partial f(X, \beta)}{\partial \beta} \right]' f(X, \beta) \quad (2.2)
 \end{aligned}$$

Tornando identicamente nulo o vetor em (2.2), obtém-se:

$$\left[\frac{\partial f(X, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} \right]' f(X, \hat{\beta}) - \left[\frac{\partial f(X, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} \right]' Y = 0 \quad (2.3)$$

Este vetor é composto por um conjunto de "p" equações, o qual é chamado de sistema de equações normais, (SEN) não linear, em que $\frac{\partial f(X, \beta)}{\partial \beta}$ é a matriz jacobiana, de dimensões $n \times p$, que apresenta a seguinte forma:

$$\frac{\partial f(X, \beta)}{\partial \beta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x_1, \beta)}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial f(x_1, \beta)}{\partial \beta_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(x_n, \beta)}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial f(x_n, \beta)}{\partial \beta_p} \end{bmatrix}$$

No SEN não linear, não é possível isolar totalmente o vetor de parâmetros β como é feito na regressão linear. Desta forma, é necessário utilizar algum método iterativo para encontrar as estimativas de β , de modo que a igualdade em (2.3) seja satisfeita.

Para modelos lineares, o MMQ ordinários fornece de forma direta, a seguinte estimativa para o vetor de parâmetros β :

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y \quad (2.4)$$

Vários métodos iterativos podem ser usados para estimar o vetor de parâmetros β de modelos não lineares, como por exemplo, o método de Gauss-Newton, de Marquart, do gradiente, de Levenberg-Marquardt, Steepest-Descent entre outros.

Vale ressaltar que, para modelos não lineares, as características apresentadas pelos estimadores de mínimos quadrados valem somente assintoticamente. Isso acontece porque as estimativas dos parâmetros dos modelos não lineares são

obtidas através de métodos iterativos (MAZUCHELI; ACHCAR, 2002).

2.7.1 Método iterativo de Gauss-Newton

Este método utiliza uma expansão em série de Taylor de 1ª ordem para aproximar o modelo de regressão não linear a um linear, e posteriormente, aplica o MMQ para obter as estimativas dos parâmetros. Sucessivas iterações deste passo geralmente conduzem a uma solução.

Nesse método, primeiramente atribui-se valores iniciais para o vetor de parâmetros β , denotado por $\beta^0 = (\beta_1^0, \beta_2^0, \dots, \beta_p^0)$. Esses valores iniciais podem ser obtidos de estudos anteriores, a partir da experiência do pesquisador ou através da utilização de técnicas já existentes para determiná-los.

Posteriormente, aproxima-se $f(X, \beta)$, considerando as n observações, por termos lineares da expansão em série de Taylor na vizinhança de β^0 :

$$f(X, \beta) \approx f(X, \beta^0) + Z^0(\beta - \beta^0)$$

em que Z^0 é a matriz de derivadas parciais do modelo avaliada para $\beta = \beta^0$, $\frac{\partial f(X, \beta^0)}{\partial \beta^0}$.

Assim, o modelo não linear apresentado em (2.1) pode ser reescrito como:

$$Y = f(X, \beta) + e$$

$$Y = f(X, \beta^0) + Z^0(\beta - \beta^0) + e \quad (2.5)$$

Considerando $Y^0 = Y - f(X, \beta^0)$ e $\theta^0 = \beta - \beta^0$ (cada coeficiente de θ^0 representa a diferença entre o valor verdadeiro do parâmetro e o valor inicial atribuído a ele),

a equação (2.5) pode ser reescrita como:

$$Y^0 = Z^0\theta^0 + e \quad (2.6)$$

E assim, obtém-se uma aproximação de um modelo de regressão não linear à um linear.

Com esta aproximação, objetiva-se estimar os coeficientes de regressão θ^0 pelo MMQ e usar essas estimativas para corrigir as estimativas iniciais dos parâmetros.

Desta forma, o MMQ fornece a seguinte solução para o modelo linear apresentado em (2.6):

$$\hat{\theta}^0 = (Z^{0'} Z^0)^{-1} Z^{0'} Y^0$$

No fim da primeira iteração, há uma atualização do vetor de estimativas dos parâmetros dada por $\beta^1 = \beta^0 + \hat{\theta}^0$. Se a soma de quadrados dos resíduos considerando β^1 , denotada por $S(\beta^1)$, for menor que a soma de quadrados dos resíduos, considerando β^0 , $S(\beta^0)$, isto implica que β^1 está mais próximo dos verdadeiros valores de β que β^0 , e assim o método de Gauss-Newton está convergindo para a solução de (2.3).

O método de Gauss-Newton repete esse procedimento com β^1 no lugar de β^0 , resultando em um novo conjunto de estimativas corrigidas, β^2 , e também uma nova soma de quadrados residual, $S(\beta^2)$. O método para de repetir este procedimento quando algum critério de convergência é atingido.

Existem vários critérios de paragem que podem ser estabelecidos para os métodos iterativos. Dentre eles, citam-se: a determinação do número máximo de iterações; o estabelecimento de um valor para a diferença entre β^i e β^{i+1} ; o estabelecimento de um valor para a diferença entre $S(\beta^i)$ e $S(\beta^{i+1})$; entre outros

(DRAPER; SMITH, 1998).

Porém, a utilização de algum destes critérios de paragem não garantem a convergência do método, pois a escolha de β^0 pode estar muito distante da solução de (2.3). Isto pode resultar em um número muito grande de iterações até que a convergência seja alcançada, ou a convergência ocorre para um mínimo local, ou simplesmente ela não é atingida. Esses problemas mostram a importância em se obter bons valores iniciais para os parâmetros do vetor β (MAZUCHELI; ACHCAR, 2002).

2.8 Seleção de modelos: avaliadores de qualidade do ajuste

É comum nas pesquisas científicas o pesquisador ajustar diferentes modelos aos dados em estudo, e assim, obter mais de um modelo que os descrevem de forma satisfatória.

Desta forma, é necessário utilizar algum critério de seleção que permita ao pesquisador identificar o modelo que melhor descreve os dados. O coeficiente de determinação, critério de informação de Akaike, coeficiente de determinação ajustado, desvio padrão residual, curvaturas de Bates e Watts e o critério de informação bayesiano são exemplos de avaliadores de qualidade de ajuste que podem ser utilizados na seleção do melhor modelo.

2.8.1 Coeficiente de determinação

O coeficiente de determinação (R^2) pode ser calculado por:

$$R^2 = 1 - \frac{SQR}{SQT}$$

em que, SQR é a soma de quadrados dos resíduos e, SQT a soma de quadrados total. O coeficiente de determinação assume valores entre zero e um e indica quanto da variação dos dados foi explicada pelo modelo. Quanto mais próximo de um, melhor é o modelo.

2.8.2 Coeficiente de determinação ajustado

O coeficiente de determinação ajustado (R_a^2) pode ser calculado por:

$$R_a^2 = 1 - \left[\frac{(1-R^2).(n-i)}{n-p} \right]$$

sendo, R^2 o coeficiente de determinação; n é o número de observações; p o número de parâmetros do modelo e, i está relacionado com o intercepto da curva, assumindo valor 1 quando houver intercepto e 0 quando não houver (TERRA; MUNIZ; SAVIAN, 2010). Assim como o R^2 , o R_a^2 assume valores entre zero e um; o modelo que apresentar o maior valor de R_a^2 é considerado o que melhor representa os dados.

2.8.3 Critério de informação de Akaike

O critério de informação de Akaike (AIC) pode ser calculado através da seguinte estatística:

$$AIC(p) = n.ln \left(\frac{SQR}{n} \right) + 2p$$

em que, SQR é soma de quadrados dos resíduos; $ln(.)$ é o operador logaritmo na base e ; n é número de observações e, p o número de parâmetros. O modelo que apresentar menor valor para o AIC é considerado o melhor (AKAIKE, 1974).

3 MATERIAL E MÉTODOS

Nesta seção, são apresentados os dados utilizados e a metodologia empregada na descrição e análise do crescimento do cafeeiro.

3.1 Descrição do experimento e caracterização dos dados

Os dados utilizados são provenientes de um experimento realizado com a cultivar Rubi MG 1192, na área experimental do Departamento de Agricultura da Universidade Federal de Lavras, em Lavras-MG.

A cultivar, em estudo, é resultante do retrocruzamento da cultivar Catuaí com a cultivar Mundo Novo; apresenta altura média de 2 metros e diâmetro de copa médio de 1,8 metros; alto vigor vegetativo e bom desenvolvimento tanto na utilização do plantio convencional como no adensado (MENDES; GUIMARÃES; SOUZA, 2002a).

O plantio da lavoura foi realizado em janeiro de 2001, após a área ter recebido o preparo adequado. Durante a condução do experimento, os tratos culturais (como o controle de plantas daninhas) e o controle fitossanitário (como o controle da ferrugem, cercóspora, broca do café e bicho-mineiro) foram executados de acordo com as exigências da cultura. As aplicações de adubos e a calagem foram feitas de acordo com a análise de solo. E, os micronutrientes - zinco, boro, cobre entre outros - foram fornecidos por meio da adubação foliar.

O delineamento empregado, no experimento, foi o de blocos casualizados, com quatro repetições. Os tratamentos foram esquematizados em parcelas subdivididas no tempo, sendo que as diferentes densidades de plantio 2500 plantas ha^{-1} (D1), 3333 plantas ha^{-1} (D2), 5000 plantas ha^{-1} (D3), 10000 plantas ha^{-1} (D4) e 20000 plantas ha^{-1} (D5) foram aplicadas nas parcelas, os diferentes

regimes de irrigação Si - testemunha (T0), 20 kPa (T1), 60 kPa (T2), 100 kPa (T3), 140 kPa (T4) e Irriplus (T5), nas subparcelas, e as épocas de avaliação constituíram as subsubparcelas.

Neste trabalho, foram consideradas apenas as plantas que foram cultivadas nas densidades de plantio 3333 plantas ha⁻¹ e 10000 plantas ha⁻¹ e nos regimes de irrigação Si - testemunha, 20 kPa e 60 kPa.

Assim, a evolução da altura das plantas do cafeeiro, ao longo do tempo, foi analisada nas seguintes situações:

1. D2T0: Densidade 3333 plantas ha⁻¹ e Regime sem irrigação - Si;
2. D2T1: Densidade 3333 plantas ha⁻¹ e Regime de irrigação 20 kPa;
3. D2T2: Densidade 3333 plantas ha⁻¹ e Regime de irrigação 60 kPa;
4. D4T0: Densidade 10000 plantas ha⁻¹ e Regime sem irrigação - Si;
5. D4T1: Densidade 10000 plantas ha⁻¹ e Regime de irrigação 20 kPa;
6. D4T2: Densidade 10000 plantas ha⁻¹ e Regime de irrigação 60 kPa.

A variável altura foi medida a cada três meses, no período que compreendeu o pós-plantio e fevereiro de 2005, totalizando 16 medições. Na última medição, as plantas tinham aproximadamente quatro anos de idade. A altura média de cada subparcela, medida em centímetros, foi representada pela média aritmética das alturas das oito plantas centrais da subparcela.

Na Figura 1, pode ser vista a ilustração de parte do experimento, considerando apenas uma das densidades de plantio analisadas. Para as demais densidades a ilustração é semelhante.

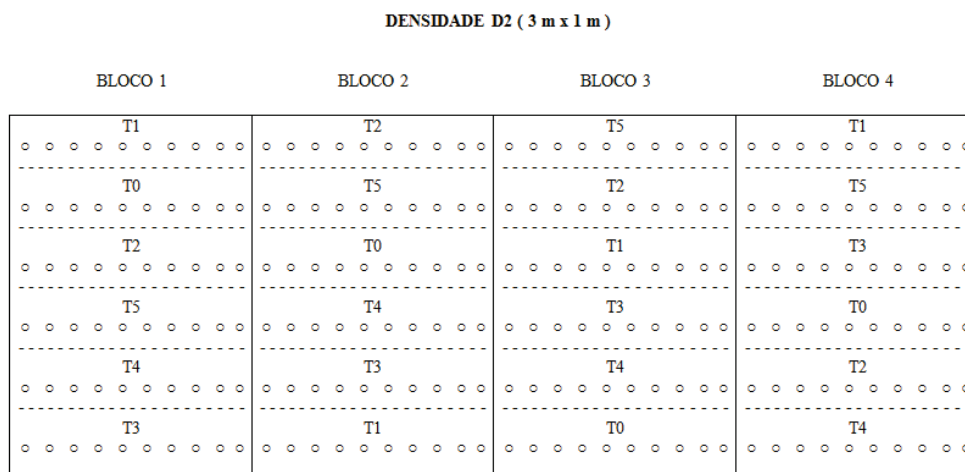


Figura 1 Ilustração de parte do experimento: uma densidade de plantio (D2) e os regimes de irrigação

As irrigações de cada subparcela ocorreram quando o tensiômetro, a profundidade de 25 cm, registrou no tensímetro a leitura de tensão correspondente àquele tratamento. Esta tensão foi medida em kilos Pascal (kPa), e indica a pressão que o solo faz para absorver a água do tensiômetro. Desta forma, valores baixos indicam que o solo está úmido, e valores altos que o solo está seco.

3.2 Metodologia

Inicialmente os dados foram submetidos à análise de variância, de modo a verificar o efeito dos fatores e interações. Como a interação tripla entre os fatores (densidades de plantio, regimes de irrigação e épocas de avaliação) foi significativa, foi realizado o desbobrimento do fator tempo dentro de cada combinação entre as densidades de plantio e os regimes de irrigação.

A análise de variância deste desbobrimento indicou que as épocas de avaliação tiveram efeito significativo dentro de cada combinação das densidades de plantio com os regimes de irrigação estudados. Assim, obtidas as alturas médias do cafeeiro, em cada uma das seis situações descritas na seção anterior, foram realizados os ajustes dos modelos não lineares Logístico e Gompertz, utilizando o método de mínimos quadrados e o processo iterativo de Gauss-Newton, descritos nas seções 2.7 e 2.7.1. Este ajuste inicial dos modelos, foi feito supondo que os resíduos atendiam a todas as pressuposições de normalidade, independência e homocedasticidade, sendo então utilizado o método de mínimos quadrados ordinários.

Após o ajuste dos modelos, foi realizada a análise de resíduos, com o objetivo de verificar se todas as pressuposições foram satisfeitas, e assim, se o método utilizado foi adequado.

Esta análise pode ser feita por meio de testes estáticos específicos ou pela análise gráfica dos resíduos; esta última opção não é muito recomendada, pois sua interpretação, em algumas situações, pode variar de pesquisador para pesquisador.

Desta forma, optou-se por utilizar o teste de Shapiro-Wilk na verificação do pressuposto de normalidade dos resíduos. As hipóteses consideradas no teste são:

H_0 : *Os resíduos apresentam distribuição Normal*

H_a : *Os resíduos não apresentam distribuição Normal*

A estatística deste teste, para uma amostra de tamanho n , é calculada pela seguinte expressão:

$$W = \frac{b^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

em que, \bar{x} é a média amostral (dos resíduos); x_i são os valores amostrais residuais ordenados e b , é um valor calculado com base nas médias, variâncias e covariâncias das estatísticas de ordem de uma amostra aleatória com n elementos, de uma distribuição normal. A descrição na íntegra do teste pode ser vista em Shapiro e Wilk (1965).

Para verificar a homogeneidade de variâncias, foi utilizado o teste de Breusch e Pagan. A estatística deste teste é obtida ajustando inicialmente aos dados um modelo linear simples. Em seguida, utiliza-se os resíduos padronizados, calculados por:

$$u_i = \frac{e_i^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2}$$

para realizar a regressão de u_i em função dos valores estimados pelo modelo linear simples. Assim, a estatística do teste é dada por:

$$BP = \frac{SQ_{reg}}{2}$$

em que, SQ_{reg} é a soma de quadrados da regressão. O valor calculado deve ser comparado com o valor crítico da distribuição de qui-quadrado, com 1 grau de liberdade. As hipóteses testadas são:

H_0 : *As variâncias residuais são homogêneas*

H_a : *As variâncias residuais não são homogêneas*

Maiores detalhes podem ser obtidos em Breusch e Pagan (1979).

A presença de autocorrelação residual foi verificada pelo teste de Durbin-Watson, cujas hipóteses consideradas são:

H_0 : Os resíduos são independentes

H_a : Os resíduos apresentam autocorrelação de ordem 1

A estatística deste teste é dada por:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

sendo, e_t o resíduo relacionado à observação t ; e e_{t-1} o resíduo relacionado à observação $t-1$. Deve-se comparar o valor de DW com os valores críticos tabelados (DURBIN; WATSON, 1950).

A análise de resíduos constitui um dos passos mais importantes no processo de modelagem dos dados, pois se algum pressuposto não for atendido, a estimação dos parâmetros deve ser refeita considerando as características apresentadas pelo vetor de resíduos.

Nesta análise, os ajustes feitos, em algumas situações, apresentaram dependência residual. Desta forma, estes foram refeitos, utilizando agora o método de mínimos quadrados generalizados e incorporou-se aos resíduos um parâmetro de autocorrelação de primeira ordem - AR(1):

$$e_t = \phi_1 e_{t-1} + k_t$$

em que, e_t corresponde ao resíduo no tempo t ; e_{t-1} é o resíduo gerado no tempo $t-1$; ϕ_1 o parâmetro de autocorrelação de primeira ordem e, k_t é o erro puro; ou seja, $E[k_t]=0$, $E[k_t k_{t-h}]=0$, para $h \neq 0$ e $E[k_t^2]=\sigma_k^2$ (MORETTIN; TOLOI, 2004).

Após os reajustes dos modelos, a análise de resíduos foi refeita para verificar se todas as pressuposições foram atendidas.

Foram calculadas as derivadas de primeira ordem dos modelos para obtenção das taxas de crescimento absoluta instantânea (TCAI). E, por meio da derivada de segunda ordem, obteve-se a aceleração. As TCAI associadas aos modelos Gompertz e Logístico, são dadas, respectivamente, por:

$$\frac{dy}{dx_i} = \alpha \cdot \beta \cdot e^{(\delta - \beta \cdot x_i)} \cdot e^{-e^{(\delta - \beta \cdot x_i)}}$$

$$\frac{dy}{dx_i} = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot e^{(\delta - \beta \cdot x_i)}}{(1 + e^{(\delta - \beta \cdot x_i)})^2}$$

As expressões para a aceleração, associadas aos modelos Gompertz e Logístico, são dadas, respectivamente, por:

$$\frac{d^2y}{dx_i^2} = \alpha \cdot \beta^2 \cdot e^{(\delta - \beta \cdot x_i)} \cdot e^{-e^{(\delta - \beta \cdot x_i)}} \cdot (e^{(\delta - \beta \cdot x_i)} - 1)$$

$$\frac{d^2y}{dx_i^2} = \frac{-\alpha \cdot \beta^2 \cdot e^{(\delta - \beta \cdot x_i)}}{(1 + e^{(\delta - \beta \cdot x_i)})^2} + \frac{2 \cdot \alpha \cdot \beta^2 \cdot e^{2(\delta - \beta \cdot x_i)}}{(1 + e^{(\delta - \beta \cdot x_i)})^3}$$

Finalmente, os modelos foram comparados por meio dos avaliadores de qualidade de ajuste: coeficiente de determinação ajustado e critério de informação de Akaike, descritos nas seções 2.8.2 e 2.8.3, para identificação do modelo que melhor descreve a evolução em altura do cafeeiro, nas diferentes situações estudadas.

Na execução deste trabalho, foram utilizados os softwares estatísticos Sisvar (FERREIRA, 2011), para realizar as análises de variância, e o software R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2012) para estimar os parâmetros, gerar figuras e obter os valores para os avaliadores de qualidade de ajuste. A rotina com os comandos utilizados é apresentada no anexo.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir dos dados do experimento, foi realizada a análise de variância de modo a verificar a significância dos fatores e das interações. Os resultados são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 Análise de variância para a altura média do cafeeiro, cultivar Rubi MG 1192, avaliada nas densidades de plantio 3333 e 10000 plantas ha⁻¹, e nos regimes de irrigação (RI), Si, 20 kPa e 60 kPa.

| FV | GL | SQ | QM | Fc | valor-p |
|----------------------|-----|------------|-----------|----------|----------|
| Densidades | 1 | 8336,554 | 8336,554 | 30,485 | 0,0001 * |
| Blocos(Densidade) | 6 | 3840,605 | 640,101 | 2,341 | 0,0990 |
| RI | 2 | 52706,725 | 26353,362 | 96,369 | 0,0000 * |
| Densidade*RI | 2 | 2487,711 | 1243,855 | 4,549 | 0,0339 |
| Erro 1 | 12 | 3281,571 | 273,464 | | |
| Épocas | 15 | 799597,110 | 53306,474 | 4929,850 | 0,0000 * |
| Blocos*Épocas | 45 | 1722,865 | 38,286 | 3,541 | 0,0000 * |
| Épocas*Densidades | 15 | 6116,274 | 407,752 | 37,709 | 0,0000 * |
| Épocas*RI | 30 | 6114,041 | 203,801 | 18,848 | 0,0000 * |
| Épocas*Densidades*RI | 30 | 1160,224 | 38,674 | 3,577 | 0,0000 * |
| Erro 2 | 225 | 2432,913 | 10,813 | | |
| Total corrigido | 383 | 887796,593 | | | |

De acordo com a Tabela 1, todas as fontes de variação, com exceção dos blocos e da interação Densidade*RI, tiveram efeitos significativos pelo teste F, ao nível de significância de 1% (valor-p < 0,01). Assim, verifica-se que a altura das plantas do cafeeiro se comporta de forma diferenciada perante às densidades de plantio, aos regimes de irrigação, às épocas de avaliação e às diferentes interações

destes fatores. E, como a interação tripla também foi significativa, verifica-se que estes fatores são dependentes. Desta forma, fez-se o desdobramento das épocas de avaliação dentro de cada combinação das densidades de plantio com os regimes de irrigação. A análise de variância deste desdobramento é apresentada na Tabela 2.

Tabela 2 Análise de variância referente ao desdobramento das épocas de avaliação (EA), dentro de cada combinação entre as densidades de plantio e os regimes de irrigação.

| FV | GL | SQ | QM | Fc | valor-p |
|------------------------|-----|------------|-----------|----------|----------|
| (EA / 3333 e 20kPa) | 15 | 119965,584 | 7997,706 | 739,638 | 0,0000 * |
| Regressão | 3 | 117869,200 | 39289,733 | 3633,565 | 0,0000 * |
| Desvio | 12 | 2096,384 | 174,699 | 16,156 | 0,0000 * |
| (EA / 3333 e 60kPa) | 15 | 115973,154 | 7731,544 | 715,023 | 0,0000 * |
| Regressão | 3 | 115007,000 | 38335,667 | 3545,331 | 0,0000 * |
| Desvio | 12 | 966,154 | 80,513 | 7,446 | 0,0000 * |
| (EA / 3333 e Si) | 15 | 107414,337 | 7160,956 | 662,254 | 0,0000 * |
| Regressão | 3 | 105591,300 | 35197,100 | 3255,073 | 0,0000 * |
| Desvio | 12 | 1823,037 | 151,920 | 14,050 | 0,0000 * |
| (EA / 10000 e 20kPa) | 15 | 155035,044 | 10335,670 | 955,856 | 0,0000 * |
| Regressão | 3 | 153419,000 | 51139,667 | 4729,461 | 0,0000 * |
| Desvio | 12 | 1616,044 | 134,670 | 12,454 | 0,0000 * |
| (EA / 10000 e 60kPa) | 15 | 183313,672 | 12220,911 | 1130,211 | 0,0000 * |
| Regressão | 3 | 182237,400 | 60745,800 | 5617,849 | 0,0000 * |
| Desvio | 12 | 1076,272 | 89,689 | 8,2945 | 0,0000 * |
| (EA / 10000 e Si) | 15 | 131285,857 | 8752,390 | 809,432 | 0,0000 * |
| Regressão | 3 | 130226,300 | 43408,767 | 4014,498 | 0,0000 * |
| Desvio | 12 | 1059,557 | 88,296 | 8,166 | 0,0000 * |
| Erro | 225 | 2432,913 | 10,813 | | |

As épocas de avaliação tiveram efeitos significativos pelo teste F, ao nível de 0,01% de significância (valor-p < 0,0001) em todas as situações estudadas. Desta forma, foram utilizados os modelos de regressão não lineares Logístico e Gompertz para descrever a relação entre a altura das plantas e as épocas de avaliação considerando cada combinação das densidades de plantio com os regimes de irrigação.

A partir das médias observadas, foram ajustados os modelos Logístico e Gompertz, considerando que o vetor de resíduos atendia às pressuposições de normalidade, independência e homogeneidade de variâncias, ou seja, $e \sim N(\phi, I\sigma^2)$. O método utilizado foi o de mínimos quadrados ordinários e as estimativas dos parâmetros, para ambos os modelos, foram significativas a 1% pelo teste t.

Após estes ajustes, foi feita a análise de resíduos, cujos resultados são apresentados nas Tabelas 3 e 4.

Tabela 3 Valores estimados dos testes de normalidade (Shapiro-Wilk), independência (Durbin-Watson), homogeneidade de variâncias (Breusch-Pagan) e os respectivos valores-p para análise de resíduos dos modelos Logístico e Gompertz, nos diferentes regimes de irrigação e na densidade de plantio 3333 plantas ha⁻¹.

| Modelos | RI | W | valor-p | DW | valor-p | BP | valor-p |
|-----------|-------|--------|---------|--------|----------|--------|---------|
| | Si | 0,9049 | 0,0961 | 1,1049 | 0,0140 * | 4,1632 | 0,1247 |
| Logístico | 20kPa | 0,9404 | 0,3540 | 0,6934 | 0,0000 * | 0,5314 | 0,7667 |
| | 60kPa | 0,9179 | 0,1560 | 0,7168 | 0,0000 * | 0,4357 | 0,8043 |
| | Si | 0,9182 | 0,1576 | 1,4016 | 0,0660 | 1,0474 | 0,5923 |
| Gompertz | 20kPa | 0,9451 | 0,4168 | 0,9168 | 0,0000 * | 0,0536 | 0,9736 |
| | 60kPa | 0,9317 | 0,2598 | 0,9230 | 0,0020 * | 0,0037 | 0,9982 |

Tabela 4 Valores estimados dos testes de normalidade (Shapiro-Wilk), independência (Durbin-Watson), homogeneidade de variâncias (Breusch-Pagan) e os respectivos valores-p para análise de resíduos dos modelos Logístico e Gompertz, nos diferentes regimes de irrigação e na densidade de plantio 10000 plantas ha⁻¹.

| Modelos | RI | W | valor-p | DW | valor-p | BP | valor-p |
|-----------|-------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|
| | Si | 0,9776 | 0,9414 | 1,4787 | 0,0960 | 1,5908 | 0,4514 |
| Logístico | 20kPa | 0,9298 | 0,2424 | 1,0586 | 0,0100* | 0,2144 | 0,8984 |
| | 60kPa | 0,9601 | 0,6628 | 1,1839 | 0,0120* | 3,1258 | 0,2095 |
| | Si | 0,9730 | 0,8842 | 1,9025 | 0,4080 | 1,0978 | 0,5776 |
| Gompertz | 20kPa | 0,9361 | 0,3036 | 1,4741 | 0,0740 | 0,0303 | 0,9850 |
| | 60kPa | 0,9555 | 0,5820 | 1,7947 | 0,3180 | 3,8724 | 0,1748 |

A partir dos resultados apresentados nas Tabelas 3 e 4, considerando o nível de significância de 5%, verifica-se pelo teste de Shapiro-Wilk, que os resíduos gerados pelos ajustes dos dois modelos apresentaram distribuição Normal em todas as situações analisadas (valor-p \geq 0,05).

Pelo teste de Breush-Pagan, verifica-se que os resíduos também apresentaram homogeneidade de variâncias para todas as situações analisadas (valor-p \geq 0,05).

Já o teste de Durbin-Watson constatou que a independência dos resíduos não foi verificada em todas as situações (valor-p $<$ 0,05). Na densidade de plantio 3333 plantas ha⁻¹, o teste não foi significativo, indicando independência residual, apenas para os resíduos do modelo Gompertz no regime sem irrigação. Já na densidade de plantio 10000 plantas ha⁻¹, o teste foi significativo (valor-p $<$ 0,05) para os resíduos do modelo Logístico nos regimes de irrigação 20kPa e 60 kPa.

Assim, para os casos em que o teste indicou autocorrelação residual (valor-

$p < 0,05$), os modelos foram reajustados, incorporando aos resíduos uma estrutura autoregressiva de primeira ordem - AR(1). Foi utilizado o método de mínimos quadrados generalizados na reestimação dos parâmetros, pois segundo Draper e Smith (1998) e Hoffman e Vieira (1998) este método é mais eficiente do que o MMQ ordinários quando os resíduos não são independentes.

4.1 Regime sem irrigação: Si-testemunha

Na Tabela 5, são apresentadas as estimativas para os parâmetros dos modelos, Logístico e Gompertz, e para os avaliadores de qualidade de ajuste, AIC e R_a^2 , considerando os resultados da análise de resíduos, nas densidades de plantio, 3333 e 10000 plantas ha^{-1} , e o regime sem irrigação (Si). Todas as estimativas dos parâmetros foram significativas pelo teste t a 1% de significância.

Tabela 5 Estimativas para os parâmetros dos modelos, Logístico e Gompertz, e para os avaliadores de qualidade de ajuste, AIC e R_a^2 , nas densidades de plantio, 3333 e 10000 plantas ha^{-1} , e no regime sem irrigação (Si).

| Densidades de plantio | Parâmetros/ Avaliadores | Modelos | |
|--------------------------|----------------------------|-----------|----------|
| | | Logístico | Gompertz |
| 3333 | α | 170,3043 | 185,8000 |
| | β | 0,0027 | 0,0016 |
| | δ | 1,7901 | 0,8276 |
| | ϕ_1 | 0,4230 | - |
| | AIC | 111,2197 | 107,0207 |
| | R_a^2 | 0,9708 | 0,9785 |
| 10000 | α | 182,3000 | 213,7000 |
| | β | 0,0028 | 0,0015 |
| | δ | 1,9810 | 0,9243 |
| | AIC | 103,0228 | 98,3614 |
| | R_a^2 | 0,9862 | 0,9899 |

Como pode ser observado na Tabela 5, as estimativas para o parâmetro α , que representa a altura máxima a ser atingida, são maiores para a densidade de plantio 10000 plantas ha^{-1} , considerando qualquer um dos modelos. Este resultado está de acordo com Paulo, Furlani Junior e Fazuoli (2005) que afirmam que nas maiores densidades de plantio, cultivares como a Rubi MG 1192, em geral, apresentam plantas mais altas do que as que são cultivadas em menores densidades.

Em relação ao parâmetro δ , que está associado ao ponto de inflexão do modelo, tem-se que, para a densidade 3333 plantas ha^{-1} a abscissa do ponto de inflexão ocorre aos 663 dias após o plantio no modelo Logístico, e aos 517 dias no

Gompertz. Já na densidade 10000 plantas ha^{-1} , a abscissa do ponto de inflexão é alcançada aos 707 dias no modelo Logístico e aos 616 dias no Gompertz.

Uma das características do modelo Logístico é a simetria em relação ao ponto de inflexão. Assim, ao comparar a abscissa do ponto de inflexão deste modelo nas duas densidades de plantio, tem-se que a diferença entre elas chega a 44 dias. Ou seja, quando as plantas da densidade 3333 plantas ha^{-1} já atingiram metade da altura máxima esperada e passaram para a fase de crescimento inibitória, as que foram cultivadas na densidade 10000 plantas ha^{-1} ainda permaneceram na fase de crescimento acelerada por mais 44 dias. Isto já era esperado, pois como a densidade 10000 plantas ha^{-1} apresentou a maior estimativa para a assíntota, fez-se necessário um tempo maior para que 50% da altura máxima fosse atingida. Este resultado é confirmado ao verificar que as estimativas para o índice de maturidade - parâmetro β - são bem próximas: 0,0027 para a densidade 3333 plantas ha^{-1} e 0,0028 para a densidade 10000 plantas ha^{-1} .

Os ajustes dos modelos Logístico e Gompertz, aos dados de altura média de plantas do cafeeiro não irrigado, nas densidades de plantio, 3333 e 10000 plantas ha^{-1} , e os gráficos das respectivas TCAI e aceleração são apresentados nas Figuras 2, 3, 4 e 5.

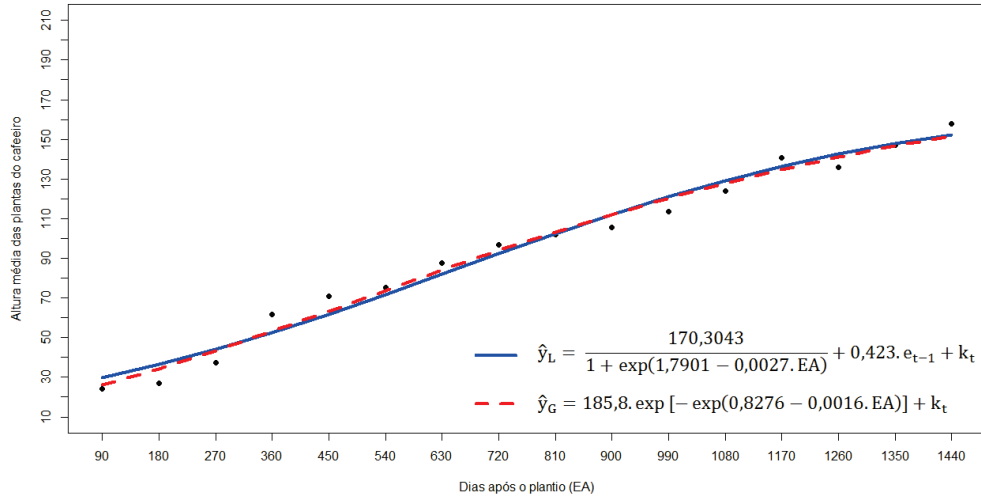


Figura 2 Representação gráfica e ajuste dos modelos, Logístico com AR(1) e Gompertz, à altura de plantas do cafeeiro, submetido à densidade de plantio 3333 plantas ha^{-1} e ao regime sem irrigação (Si)

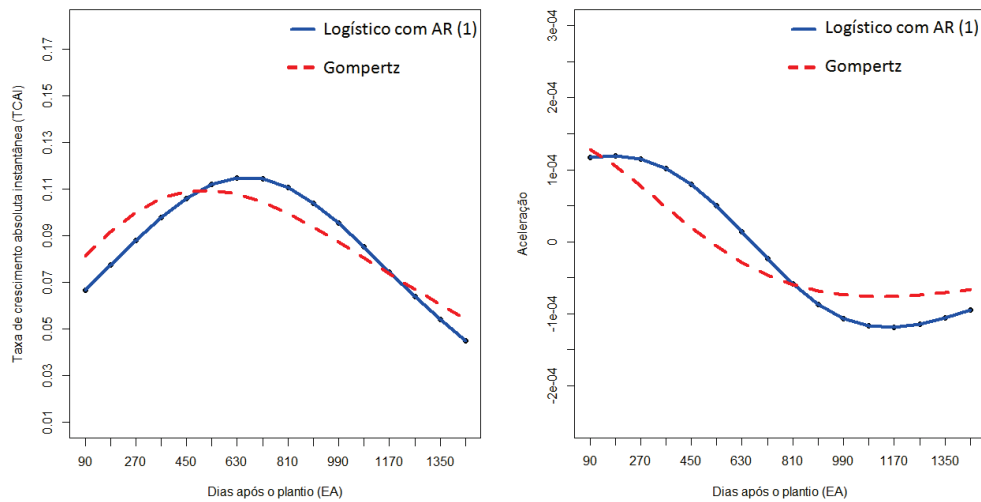


Figura 3 Representação gráfica da TCAI e aceleração associadas aos modelos, Logístico com AR(1) e Gompertz, na densidade de plantio 3333 plantas ha^{-1} e ao regime sem irrigação (Si)

A TCAI indica qual é o incremento que ocorre, em média, na altura das plantas do cafeeiro para cada unidade de tempo (em dias) transcorrida (FREITAS, 2005). Esta TCAI atinge um valor máximo em determinado tempo. Esta data pode ser obtida calculando a derivada da TCAI e igualando a zero. A derivada da TCAI corresponde justamente à 2ª derivada do modelo (aceleração).

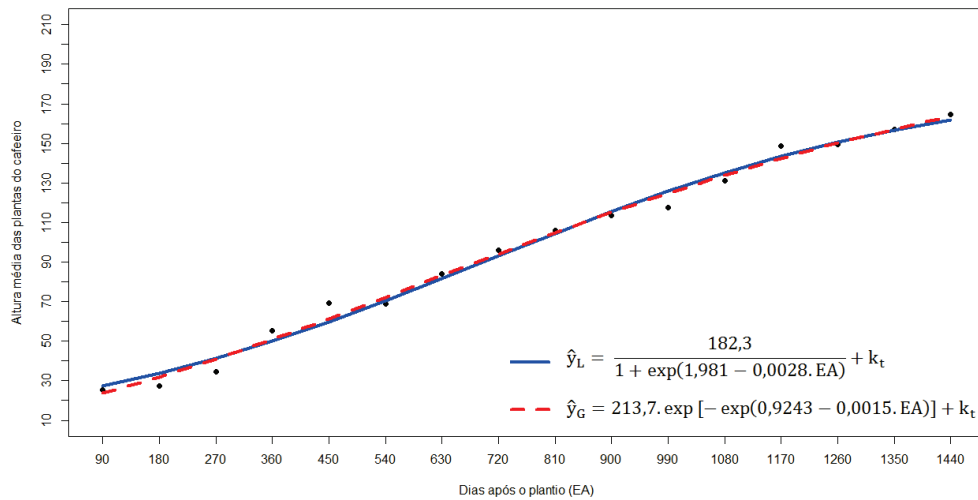


Figura 4 Representação gráfica dos dados e ajuste dos modelos, Logístico e Gompertz, à altura de plantas do cafeeiro, submetido à densidade de plantio 10000 plantas ha⁻¹ e ao regime sem irrigação (Si)

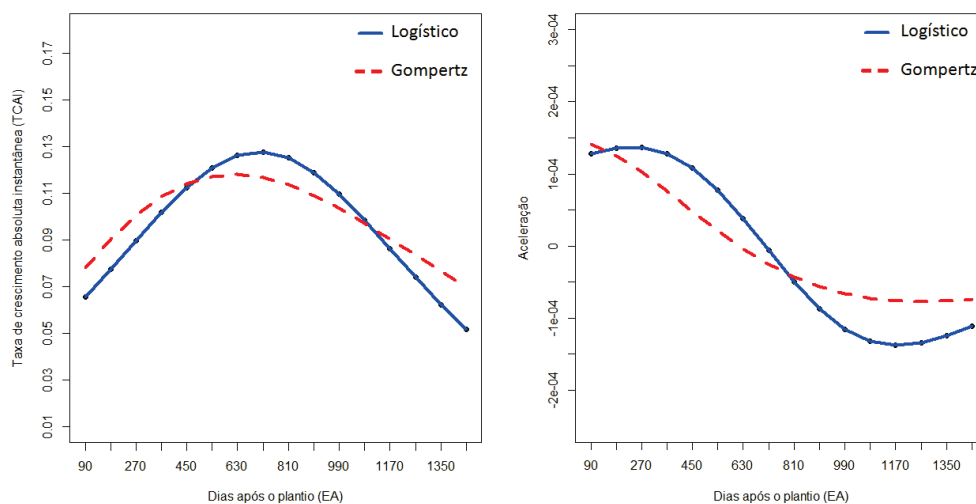


Figura 5 Representação gráfica da TCAI e aceleração associadas aos modelos, Logístico e Gompertz, na densidade de plantio 10000 plantas ha^{-1} e ao regime sem irrigação (Si)

A variação que ocorre na TCAI é indicada pela aceleração. Assim, quando a aceleração assume valores negativos, a TCAI diminui; quando assume valores positivos, a TCAI aumenta e, quando tende a zero, a TCAI tende a permanecer constante.

Analisando os avaliadores de qualidade de ajuste, apresentados na Tabela 5, verifica-se que, em ambas as densidades de plantio, os dois modelos não lineares utilizados apresentaram valores de R_a^2 bem próximos de 1, o que indica bons ajustes e está de acordo com os resultados obtidos por Carvalho et al. (2006). Porém o modelo Gompertz foi o que apresentou os menores valores de AIC e os maiores de R_a^2 , tanto para a densidade 3333 quanto para a 10000 plantas ha^{-1} , o que indica que este modelo melhor descreve a altura de plantas do cafeeiro não irrigado, em ambas as densidades de plantio, ao longo do tempo.

4.2 Regime de irrigação: 20 kPa

As estimativas para os parâmetros dos modelos, Logístico e Gompertz, e para os avaliadores de qualidade de ajuste, AIC e R_a^2 , considerando os resultados da análise de resíduos, nas densidades de plantio, 3333 e 10000 plantas ha^{-1} , e o regime de irrigação 20 kPa, são apresentadas na Tabela 6. Todas as estimativas dos parâmetros foram significativas pelo teste t a 1% de significância.

Tabela 6 Estimativas para os parâmetros dos modelos, Logístico e Gompertz, e para os avaliadores de qualidade de ajuste, AIC e R_a^2 , nas densidades de plantio, 3333 e 10000 plantas ha^{-1} , e no regime de irrigação 20 kPa.

| Densidades de plantio | Parâmetros/ Avaliadores | Modelos | |
|--------------------------|----------------------------|-----------|----------|
| | | Logístico | Gompertz |
| 3333 | α | 164,4432 | 172,7451 |
| | β | 0,0039 | 0,0026 |
| | δ | 1,7025 | 0,8016 |
| | ϕ_1 | 0,6478 | 0,5259 |
| | AIC | 110,0044 | 106,2485 |
| | R_a^2 | 0,9678 | 0,9792 |
| 10000 | α | 183,3825 | 191,7000 |
| | β | 0,0038 | 0,0025 |
| | δ | 1,7781 | 0,8483 |
| | ϕ_1 | 0,4411 | - |
| | AIC | 110,0998 | 105,1013 |
| | R_a^2 | 0,9805 | 0,9870 |

Analisando a Tabela 6, verifica-se que as estimativas do parâmetro α dos

dois modelos e em ambas as densidades de plantio foram sub-estimadas, visto que a altura média das plantas do cafeeiro, cultivar Rubi MG 1192, na fase adulta é de 2 metros, segundo Mendes, Guimarães e Souza (2002a).

Os valores obtidos para o índice de maturidade, parâmetro β , são bem próximos neste regime de irrigação, apresentando uma pequena diferença de 0,001 entre as densidades de plantio, nos dois modelos estudados.

Entretanto, ao comparar as estimativas do parâmetro β do modelo Gompertz, deste regime de irrigação com o testemunha, descrito anteriormente, observam-se valores bem distantes: 0,0026 e 0,0016 para a densidade 3333 plantas ha⁻¹; e 0,0025 e 0,0015 para a densidade 10000 plantas ha⁻¹. Estas diferenças significativas entre as estimativas indicam que as plantas irrigadas atingiram, em menos tempo, a altura máxima esperada, ou seja, se desenvolveram de forma mais rápida que as plantas que não foram irrigadas, em ambas as densidades de plantio; o que vem a confirmar que a irrigação contribui para o melhor desenvolvimento vegetativo da lavoura, já relatado por Carvalho et al. (2006), Costa, E. et al. (2010) e Silva et al. (2011) entre outros.

A abscissa do ponto de inflexão do modelo Logístico ocorre aos 436 dias na densidade 3333 plantas ha⁻¹, e aos 467 dias na densidade 10000 plantas ha⁻¹. Este resultado sugere que, mesmo sob o efeito da irrigação, as plantas que foram cultivadas na menor densidade de plantio atingiram o ponto de inflexão mais cedo que as cultivadas na maior densidade; como ocorrido no regime testemunha.

As representações gráficas dos ajustes dos modelos Logístico e Gompertz, à altura média de plantas do cafeeiro, nas densidades de plantio, 3333 e 10000 plantas ha⁻¹, e no regime de irrigação 20 kPa, e os gráficos das respectivas TCAI e aceleração são apresentados nas Figuras 6, 7, 8 e 9.

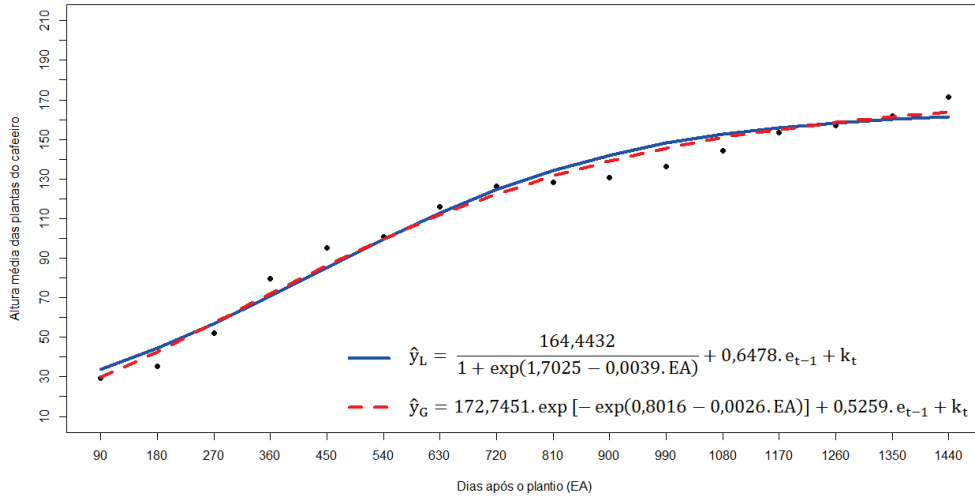


Figura 6 Representação gráfica dos dados e ajuste dos modelos, Logístico com AR(1) e Gompertz com AR(1), à altura de plantas do café, submetido à densidade de plantio 3333 plantas ha⁻¹ e ao regime de irrigação 20 kPa

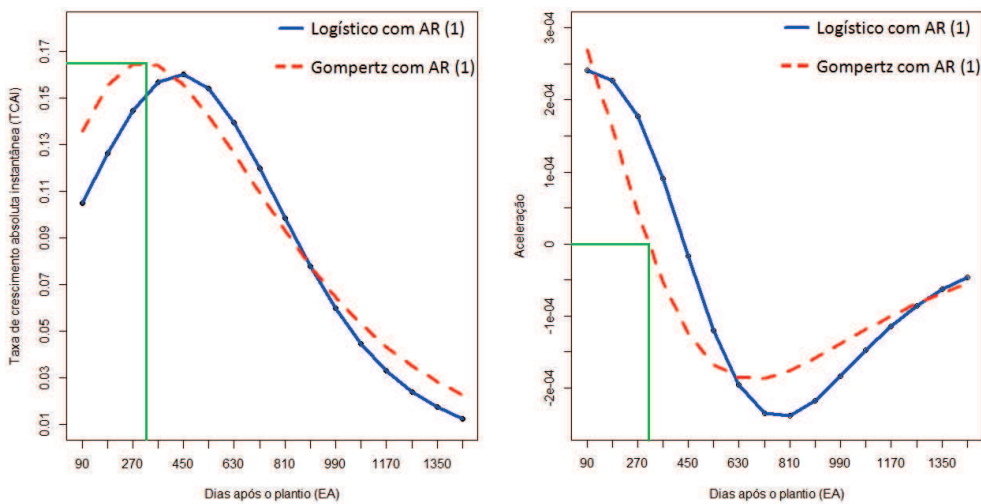


Figura 7 Representação gráfica da TCAI e aceleração associadas aos modelos, Logístico com AR(1) e Gompertz com AR(1), na densidade de plantio 3333 plantas ha⁻¹ e no regime de irrigação 20 kPa

Observando a Figura 7, tem-se que a aceleração (derivada da TCAI) é nula aos 308 dias após o plantio, considerando o modelo Gompertz. Ou seja, nesta data, a aceleração deixou de assumir valores positivos e passou a ser negativa, indicando que a TCAI atingiu seu valor máximo e depois começou a diminuir.

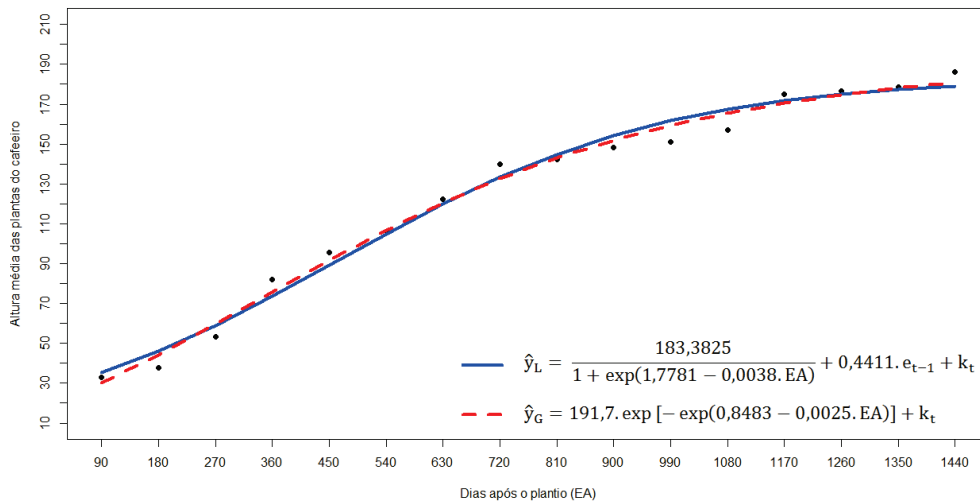


Figura 8 Representação gráfica dos dados e ajuste dos modelos, Logístico com AR(1) e Gompertz, à altura de plantas do cafeeiro, submetido à densidade de plantio 10000 plantas ha⁻¹ e ao regime de irrigação 20 kPa

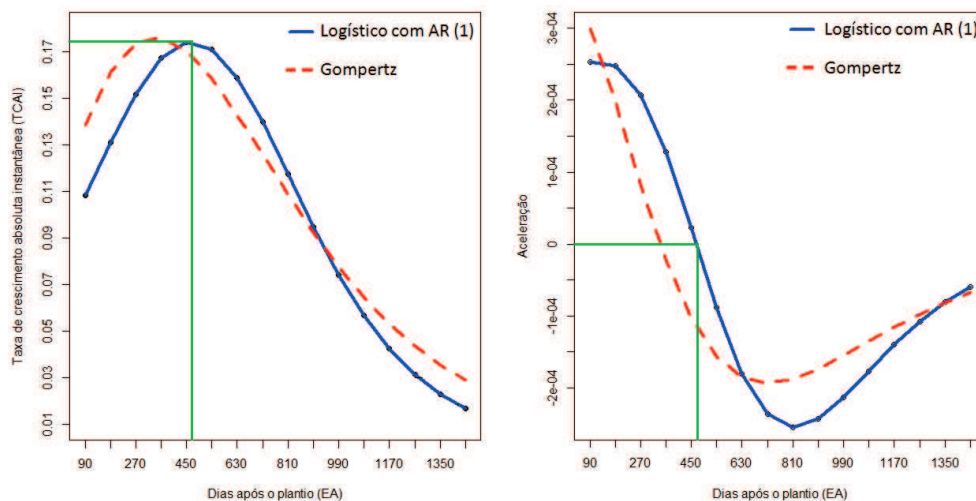


Figura 9 Representação gráfica da TCAI e aceleração associadas aos modelos, Logístico com AR(1) e Gompertz, na densidade de plantio 10000 plantas ha^{-1} e no regime de irrigação 20 kPa

Analisando os gráficos da TCAI e aceleração associadas ao ajuste do modelo Logístico - Figura 9, tem-se que a TCAI máxima é atingida aos 467 dias após o plantio. Vale lembrar que, esta data é a abscissa do ponto de inflexão: momento em que a planta passa da fase de crescimento acelerada para uma fase de crescimento inibitória.

Ainda em relação a Tabela 6, verifica-se que o modelo Gompertz apresentou os melhores resultados para os dois avaliadores de qualidade de ajuste nas duas densidades de plantio analisadas, indicando que este modelo é o mais adequado para descrever a altura de plantas do cafeeiro irrigado, ao regime 20 kPa, ao longo do tempo, em ambas as densidades de plantio analisadas.

4.3 Regime de irrigação: 60 kPa

Na Tabela 7, são apresentadas as estimativas dos parâmetros para os modelos, Logístico e Gompertz, e para os avaliadores de qualidade de ajuste, AIC e R_a^2 , considerando os resultados da análise de resíduos, nas densidades de plantio, 3333 e 10000 plantas ha^{-1} , e o regime de irrigação 60 kPa. Todas as estimativas dos parâmetros foram significativas pelo teste t a 1% de significância.

Tabela 7 Estimativas para os parâmetros dos modelos, Logístico e Gompertz, e para os avaliadores de qualidade de ajuste, AIC e R_a^2 , nas densidades de plantio, 3333 e 10000 plantas ha^{-1} , e no regime de irrigação 60 kPa.

| Densidades de plantio | Parâmetros/ Avaliadores | Modelos | |
|--------------------------|----------------------------|-----------|----------|
| | | Logístico | Gompertz |
| 3333 | α | 166,1595 | 174,7818 |
| | β | 0,0036 | 0,0024 |
| | δ | 1,5970 | 0,7425 |
| | ϕ_1 | 0,6233 | 0,5145 |
| | AIC | 111,5015 | 108,1066 |
| | R_a^2 | 0,9639 | 0,9755 |
| 10000 | α | 195,3588 | 206,7000 |
| | β | 0,0038 | 0,0025 |
| | δ | 1,8784 | 0,8986 |
| | ϕ_1 | 0,3812 | - |
| | AIC | 105,5842 | 98,6314 |
| | R_a^2 | 0,9879 | 0,9927 |

Observando a Tabela 7, verifica-se que, novamente a densidade de plantio

10000 plantas ha^{-1} apresenta as maiores estimativas para a assíntota.

Neste regime de irrigação, também se verifica que os valores obtidos para o parâmetro β são bem próximos, apresentando pequenas diferenças entre as densidades de plantio, nos dois modelos estudados.

Considerando a maior densidade de plantio analisada, tem-se que a abscissa do ponto de inflexão do modelo Logístico, é atingida aos 494 dias após o plantio para este regime de irrigação (60 kPa) e, aos 467 dias para o regime 20 kPa. Esta diferença pode ser explicada pelo fato de que, a medida 60 kPa indica que, antes da irrigação, as plantas estavam submetidas a um solo mais seco que as plantas do regime 20 kPa, sendo necessário então um tempo maior para alcançarem 50% da altura máxima esperada, pois se as necessidades hídricas da planta não são satisfeitas as taxas de crescimento tendem a diminuir.

Nas Figuras 10, 11, 12 e 13, são apresentados os gráficos das TCAI, aceleração e dos ajustes dos modelos Logístico e Gompertz à altura média de plantas do cafeeiro, nas densidades de plantio, 3333 e 10000 plantas ha^{-1} , e no regime de irrigação 60 kPa.

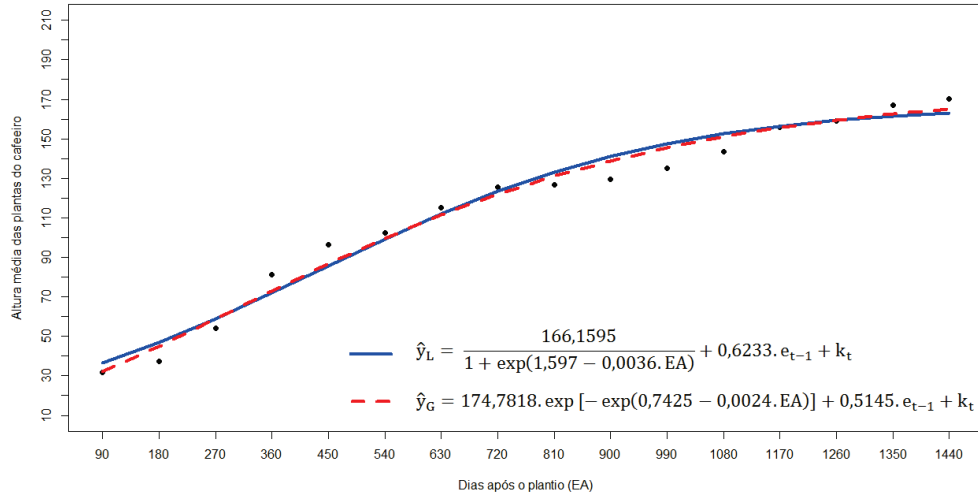


Figura 10 Representação gráfica dos dados e ajuste dos modelos, Logístico com AR(1) e Gompertz com AR(1), à altura de plantas do cafeeiro, submetido à densidade de plantio 3333 plantas ha⁻¹ e ao regime de irrigação 60 kPa

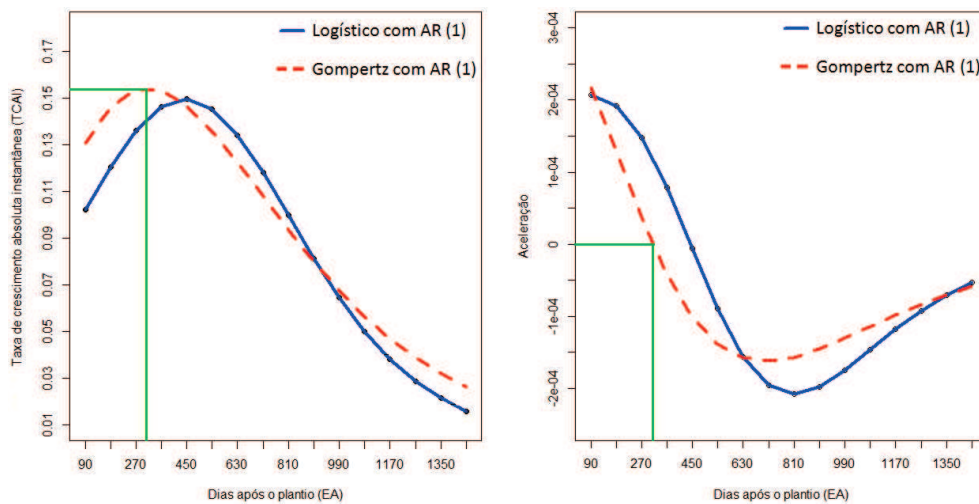


Figura 11 Representação gráfica da TCAI e aceleração associadas aos modelos, Logístico com AR(1) e Gompertz com AR(1), na densidade de plantio 3333 plantas ha⁻¹ e no regime de irrigação 60 kPa

Na densidade de plantio 3333 plantas ha^{-1} , a aceleração (derivada da TCAI), associada ao ajuste do modelo Gompertz - Figura 11, é nula aos 309 dias após o plantio. Assim, nesta data, a aceleração deixou de assumir valores positivos e passou a ser negativa, indicando que TCAI atingiu seu valor máximo: 0,1543 cm por dia.

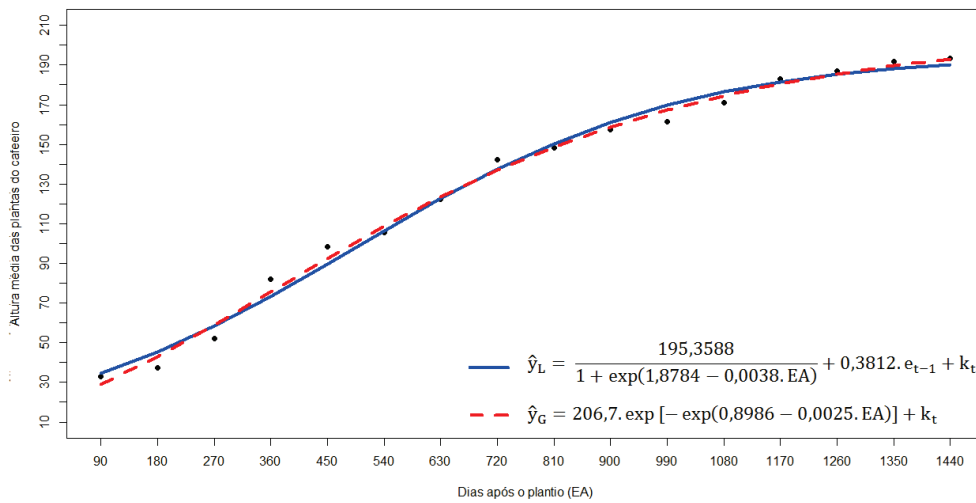


Figura 12 Representação gráfica dos dados e ajuste dos modelos, Logístico com AR(1) e Gompertz, à altura de plantas do cafeeiro, submetido à densidade de plantio 10000 plantas ha^{-1} e ao regime de irrigação 60 kPa

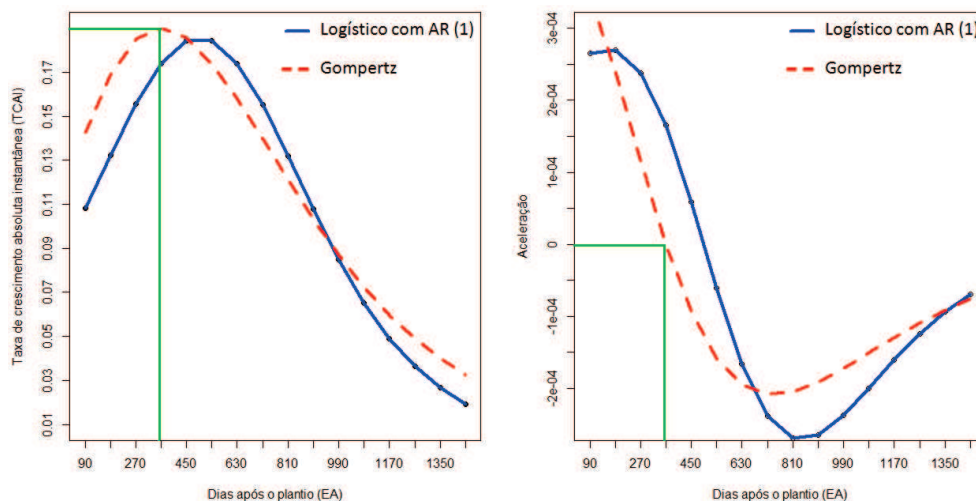


Figura 13 Representação gráfica da TCAI e aceleração associadas aos modelos, Logístico com AR(1) e Gompertz, na densidade de plantio 10000 plantas ha^{-1} e ao regime de irrigação 60 kPa

Já na densidade de plantio 10000 plantas ha^{-1} - Figura 13, o ajuste do modelo Gompertz indicou uma TCAI máxima de 0,1901 cm por dia. Ou seja, aos 359 dias após o plantio (data em que a TCAI foi máxima - abscissa do ponto de inflexão), as plantas cresceram, em média, 0,1901 cm. Antes e depois desta data, o crescimento em altura foi menor.

Verifica-se, pela análise da Tabela 7 que, apesar dos dois modelos apresentarem bons ajustes, o modelo Gompertz novamente apresenta os melhores resultados para os dois avaliadores de qualidade de ajuste, nas duas densidades de plantio analisadas, sendo que na densidade 10000 plantas ha^{-1} , o ajuste deste modelo obteve um valor para o R_a^2 muito próximo de um. Estes resultados indicam que, o modelo Gompertz é o que melhor descreve a altura de plantas do cafeeiro irrigado, ao regime 60 kPa, ao longo do tempo, nas duas densidades de plantio analisadas.

4.4 Considerações gerais

Após incluir nos modelos o parâmetro de autocorrelação de primeira ordem - AR(1), ao realizar novamente a análise residual, foi observado que todos os pressupostos de normalidade, independência e homocedasticidade entre os resíduos foram atendidas, indicando que os ajustes realizados são adequados.

Analisando as Tabelas 5, 6 e 7, verifica-se que os dois modelos não lineares apresentaram resultados satisfatórios em todas as seis situações estudadas, corroborando com os resultados parciais obtidos por Carvalho et al. (2006). Porém o modelo Gompertz, ora com estrutura de erros independentes, ora com erros autocorrelacionados, é o que melhor descreveu o crescimento em altura de plantas do cafeeiro, segundo os avaliadores de qualidade de ajuste utilizados, indicando que o seu crescimento não apresenta simetria em relação ao ponto de inflexão. E, como a regressão - referente ao modelo Gompertz - apresentada na Tabela 2, foi significativa, confirma-se que o modelo proporcionou bons ajustes.

Na Tabela 8, é apresentada uma síntese com as estimativas para os parâmetros do modelo Gompertz, nas seis situações analisadas.

Tabela 8 Estimativas para os parâmetros do modelo Gompertz nas seis situações analisadas.

| Densidades de plantio | Parâmetros | Regimes de Irrigação | | |
|-----------------------|------------|----------------------|----------|----------|
| | | Si | 20 kPa | 60 kPa |
| 3333 | α | 185,8000 | 172,7451 | 174,7818 |
| 10000 | α | 213,7000 | 191,7000 | 206,7000 |
| 3333 | β | 0,0016 | 0,0026 | 0,0024 |
| 10000 | β | 0,0015 | 0,0025 | 0,0025 |

Pela Tabela 8, constata-se que as estimativas para o parâmetro α , que

representa a altura máxima a ser atingida pelo cafeeiro, estão em torno de 2 metros, o que vem a confirmar que a cultivar Rubi MG 1192 se enquadra na classe das cultivares de baixo porte. Este porte é o mais indicado aos cafeicultores, pois facilita a aplicação do manejo na lavoura e a realização tanto da colheita manual quanto da mecânica, devido à baixa estatura das plantas (MENDES; GUIMARÃES; SOUZA, 2002a).

Observa-se também que, em relação ao regime não irrigado (Si), as estimativas obtidas para α nos regimes de irrigação 20 kPa e 60 kPa foram sub-estimadas, pois em geral, as plantas que recebem irrigação apresentam estimativas superiores às não irrigadas (CARVALHO et al., 2006).

Ainda em relação ao parâmetro α , observa-se que, a densidade 10000 plantas ha⁻¹ é a que apresenta as maiores estimativas para a altura máxima do cafeeiro, corroborando com os resultados obtidos por Andrade et al. (2007), Carvalho et al. (2006), Paulo, Furlani Junior e Fazuoli (2005) e Pereira et al. (2011).

Analisando separadamente as estimativas do parâmetro β , dentro de cada regime de irrigação, verifica-se que a diferença entre as densidades de plantio é bem pequena. Porém, ao analisá-las dentro de cada densidade é constatada uma diferença considerável entre os regimes de irrigação. As maiores estimativas são observadas nos tratamentos irrigados, o que indica que o uso da irrigação contribui para o aumento das taxas de crescimento e conseqüentemente, o desenvolvimento vegetativo das plantas ocorre de forma mais rápida.

Nas Figuras 6, 8, 10 e 12, pode-se observar que, nos dois anos iniciais de vida, que abrangem até aproximadamente os 720 dias após o plantio, o cafeeiro se desenvolveu de forma acentuada; após este período, entre os 810 e 1080 dias após o plantio, verifica-se que o seu crescimento não seguiu o mesmo padrão,

apresentando um crescimento moderado; e em seguida, entre os 1170 e 1440 dias após o plantio, o crescimento das plantas voltou a ser mais intenso.

Segundo Guimarães e Reis (2010), esta oscilação ocorre, pois nos anos iniciais de vida, o cafeeiro destina a maior parte de suas reservas energéticas à sua formação vegetativa: crescimento do tronco - diretamente relacionado à altura, ramos, folhas, raízes entre outros. Porém, a partir do terceiro ano, a planta já começa a produzir frutos e, com isso, surge a concorrência por nutrientes entre as funções vegetativas e reprodutivas. E, como o café é uma cultura que apresenta bienalidade na produção (alternância entre altas e baixas produções), nos anos em que a produção de frutos será alta, o desenvolvimento vegetativo é baixo, e nos anos de pequena produção, o crescimento vegetativo da planta é maior (CAMARGO, 1989; CUNHA et al., 2010).

5 CONCLUSÕES

Nos três regimes de irrigação, a densidade de plantio 10000 plantas ha⁻¹, apresenta maiores estimativas para a altura assintótica, indicando que, nesta densidade, as plantas apresentam maior crescimento.

Em ambas as densidades de plantio, os regimes de irrigação, 20 e 60 kPa, apresentam índices de maturidade maiores que o regime sem irrigação (Si), confirmando que a irrigação contribui para o melhor desenvolvimento vegetativo do cafeeiro.

O modelo Gompertz foi o que melhor se ajustou aos dados, sendo indicado como o modelo que melhor descreve o crescimento em altura das plantas do cafeeiro, cultivar Rubi MG 1192.

REFERÊNCIAS

AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Boston, v. 19, n. 6, p. 716-723, 1974.

ANDRADE, W. E. et al. Análise do crescimento do cafeeiro catuaí vermelho em sistema adensado no noroeste fluminense. In: SIMPÓSIO DE PESQUISA DOS CAFÉS DO BRASIL, 12., 2007, Águas de Lindóia. **Anais...** Brasília: EMBRAPA Café, 2007. 1 CD-ROM.

ARANTES, K. R. et al. Desenvolvimento do cafeeiro (*Coffea arabica* L.) podado sob irrigação. **Revista de Ciências Agro-Ambientais**, Alta Floresta, v. 4, n. 1, p. 75-86, 2006.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA INDÚSTRIA DE CAFÉ. **O café no Brasil**. Disponível em: <<http://www.abic.com.br/publique/cgi/cgilua.exe/sys/start.htm?sid=38>>. Acesso em: 10 jun. 2012.

BACAËR, N. Verhulst and the logistic equation (1838). In: _____. **A short history of mathematical population dynamics**. Bondy: Springer, 2011. p. 35-39.

BERTALANFFY, L. Quantitative laws in metabolism and growth. **Quantitative Review of Biology**, Chicago, v. 32, p. 230-270, Sept. 1957.

BREUSCH, T.; PAGAN, A. Teste simples para heterocedasticidade e coeficiente de variação aleatória econométrica. **Sociedade Econométrica**, Rio de Janeiro, v. 47, p. 1287-1294, 1979.

BRODY, S. **Bioenergetics and growth**. New York: Reinhold, 1945. 1023 p.

BROWN, J. E.; FITZHUGH JUNIOR, H. A.; CARTWRIGHT, T. C. A comparison of nonlinear models for describing weight-age relationships in cattle. **Journal of Animal Science**, Champaign, v. 42, p. 810-818, 1976.

CALBO, A. G.; SILVA, W. L. C.; TORRES, A. C. Ajuste de funções não lineares de crescimento. **Revista Brasileira de Fisiologia Vegetal**, Londrina, v. 1, n. 1, p. 9-18, 1989.

CAMARGO, A. P. de. **Necessidades hídricas do cafeeiro**. 3. ed. Campinas: IAC, 1989. 22 p.

CARVALHO, C. H. M. de. **Evolução do cafeeiro (*Coffea arábica* L.) sob diferentes tensões de irrigação em sistema de plantio adensado e convencional**. 2003. 63 p. Dissertação (Mestrado em Fitotecnia) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2003.

CARVALHO, C. H. M. de et al. Evolução do crescimento do cafeeiro (*Coffea arábica* L.) irrigado e não irrigado em duas densidades de plantio. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 30, n. 2, p. 243-250, mar./abr. 2006.

CASTRO NETO, M. T.; REINHARDT, D. H. Relações entre parâmetros de crescimento do fruto da manga cv. Haden. **Revista Brasileira de Fruticultura**, Jaboticabal, v. 25, n. 1, p. 36-38, 2003.

CHALFOUN, S. M.; REIS, P. R. História da cafeicultura no Brasil. In: REIS, P. R.; CUNHA, R. L. (Ed.). **Café Arábica do plantio à colheita**. Lavras: EPAMIG, 2010. v. 1, p. 23-86.

COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO. **Acompanhamento da safra brasileira: maio/2012**. Disponível em: <http://www.conab.gov.br/OlalaCMS/uploads/arquivos/12_05_10_08_56_04_boletim_cafe_-_maio_2012.pdf>. Acesso em: 15 maio 2012.

COSTA, A. R. et al. Número de ramos plagiotrópicos e produtividade de duas cultivares de cafeeiro utilizando irrigação por gotejamento. **Revista Ciência Agrônômica**, Fortaleza, v. 41, n. 4, p. 571-581, 2010.

COSTA, E. L. et al. Irrigação. In: REIS, P. R.; CUNHA, R. L. (Ed.). **Café Arábica do plantio à colheita**. Lavras: EPAMIG, 2010. v. 1, p. 451-517.

CUNHA, L. S. **Modelos de regressão para a descrição do crescimento de frutos da ameixeira**. 2011. 79 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2011.

CUNHA, R. L. et al. Manejo de podas do cafeeiro. In: REIS, P. R.; CUNHA, R. L. (Ed.). **Café Arábica do plantio à colheita**. Lavras: EPAMIG, 2010. v. 1, p. 417-445.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 3rd ed. New York: J. Wiley, 1998. 706 p.

DURBIN, J.; WATSON, G. S. Testing for serial correlation in least squares regression, I. **Biometrika**, London, v. 37, p. 409-428, 1950.

FAYAD, J. A. et al. Crescimento e produção do tomateiro cultivado sob condições de campo e de ambiente protegido. **Horticultura Brasileira**, Brasília, v. 19, n. 3, p. 232-237, jul./set. 2001.

FERREIRA, D. F. SISVAR: a computer statistical analysis system. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 35, n. 6, p. 1039-1042, nov./dez. 2011.

FREITAS, A. R. Curvas de crescimento na produção animal. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, MG, v. 34, n. 3, p. 786-795, maio/jun. 2005.

GALLANT, A. R. **Nonlinear statistical models**. New York: J. Wiley, 1987. 624 p.

GERVÁSIO, E. S. **Efeito de diferentes lâminas de água no desenvolvimento do cafeeiro (*Coffea arabica* L.) na fase inicial de formação da lavoura**. 1998. 58 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 1998.

GUIMARÃES, P. T. G.; REIS, T. H. P. Nutrição e adubação do cafeeiro. In: REIS, P. R.; CUNHA, R. L. (Ed.). **Café Arábica do plantio à colheita**. Lavras: EPAMIG, 2010. v. 1, p. 347-414.

HOFFMANN, R.; VIEIRA, S. **Análise de regressão**: uma introdução a econometria. 3. ed. São Paulo: Hucitec, 1998. 379 p.

KUTNER, M. H. et al. **Applied linear statistical models**. New York: McGraw-Hill, 2004. 1396 p.

LYRA, G. B. et al. Modelo de crescimento logístico e exponencial para o milho BR 106, em três épocas de plantio. **Revista Brasileira de Milho e Sorgo**, Sete Lagoas, v. 7, n. 3, p. 211-230, 2008.

MAIA, E. et al. Método de comparação de modelos de regressão não-lineares em bananeiras. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 39, n. 5, p. 1380-1386, ago. 2009.

MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. A. Algumas considerações em regressão não-linear. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 24, n. 6, p. 1761-1770, 2002.

MAZZINI, A. R. A. et al. Curva de crescimento de novilhos Hereford: heterocedasticidade e resíduos autorregressivos. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 35, n. 2, p. 422-427, mar./abr. 2005.

MENDES, A. N. G.; GUIMARÃES, R. J.; SOUZA, C. A. S. Classificação botânica, origem e distribuição geográfica do cafeeiro. In: _____. **Cafeicultura**. Lavras: UFLA/FAEPE, 2002a. p. 39-99.

_____. Histórico e importância socioeconômica da cafeicultura. In: _____. **Cafeicultura**. Lavras: UFLA/FAEPE, 2002b. p. 16-38.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2006. 538 p.

OLIVEIRA, H. N.; LÔBO, R. B.; PEREIRA, C. S. Comparação de modelos não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça guzerá. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 35, n. 9, p. 1843-1851, set. 2000.

PAULO, E. M.; FURLANI JUNIOR, E.; FAZUOLI, L. C. Comportamento de cultivares de cafeeiro em diferentes densidades de plantio. **Bragantia**, Campinas, v. 64, n. 3, p. 397-409, 2005.

PEREIRA, S. P. et al. Crescimento, produtividade e bienalidade do cafeeiro em função do espaçamento de cultivo. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 46, n. 2, p. 152-160, fev. 2011.

PRADO, T. K. L. **Modelos não-lineares no crescimento de frutos de coqueiro**. 2011. 91 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2011.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R**: a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2012. Disponível em: <<http://www.R-project.org>>. Acesso em: 20 jul. 2012.

RICHARDS, F. J. A flexible growth function for empirical use. **Journal of Experimental Botany**, Elmsford, v. 10, p. 290-300, 1959.

RODRIGUES, S. et al. Desenvolvimento do café arábica (*Coffea arabica*) submetido a diferentes lâminas de irrigação, nas condições do estado de Rondônia. **Global Science and Technology**, Rio Verde, v. 3, n. 1, p. 44-49, 2010.

SÁGIO, S. A. **Características fisiológicas e bioquímicas de duas cultivares de café de ciclos de maturação precoce e tardio**. 2009. 46 p. Dissertação (Mestrado em Fisiologia Vegetal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2009.

SEARLE, S. R. **Linear models**. New York: J. Wiley, 1971. 532 p.

SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality. **Biometrika**, Cambridge, v. 52, n. 3/4, p. 591-611, 1965.

SILVA, A. C. et al. Características produtivas do cafeeiro arábica irrigado por pivô central na região de Lavras, MG. **Coffee Science**, Lavras, v. 6, n. 2, p. 128-136, 2011.

SILVA, C. A. **Resposta do cafeeiro (*Coffea arabica* L.) à lâminas de irrigação por gotejamento**. 2007. 68 p. Dissertação (Mestrado em Fitotecnia) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2007.

SILVA, C. A.; TEODORO, R. E. F.; MELO, B. Produtividade e rendimento do cafeeiro submetido a lâminas de irrigação. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 43, n. 3, p. 387-394, mar. 2008.

TAIZ, I.; ZEIGER, E. **Fisiologia vegetal**. Porto Alegre: Artmed, 2004. 719 p.

TERRA, M. F.; MUNIZ, J. A.; SAVIAN, T. V. Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz aos dados de crescimento de frutos da tamareira-anã (*Phoenix roebelenii* O'BRIEN). **Magistra**, Cruz das Almas, v. 22, n. 1, p. 1-7, 2010.

URCHEI, M. A.; RODRIGUES, J. D.; STONE, L. F. Análise de crescimento de duas cultivares de feijoeiro sob irrigação, em plantio direto e preparo convencional. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 35, n. 3, p. 497-506, mar. 2000.

WINSOR, C. P. The Gompertz curve as a growth curve. **Proceedings of the National Academy of Science**, Washington, v. 18, p. 1-17, 1932.

ANEXOS

ROTINAS UTILIZADAS NO SOFTWARE R

```

# Armazenamento dos dados

Dias=c(t1,t2,t3,t4,t5,t6,t7,t8,t9,t10,t11,t12,t13,
t14,t15,t16)
AlturaD1N1=c(a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8,a9,a10,a11,a12,
a13,a14,a15,a16)

# Método de obtenção dos valores iniciais para os
parâmetros do modelo Logístico

a0=a
y1=log((a0/AlturaD1N1)-1)
modl=lm(y1~Dias)
summary(modl)
d0=coef(modl)[1]
bm=coef(modl)[2]
bo=-1*bm

# Método de obtenção dos valores iniciais para os
parâmetros do modelo Gompertz

a0=a
y2=log(-1*log(AlturaD1N1/a0))
modg=lm(y2~Dias)
summary(modg)
d0=coef(modg)[1]
bm=coef(modg)[2]
b0=-1*bm

# Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz, considerando
que as pressuposições sobre os resíduos são atendidas

AjusteLI=nls(AlturaD1N1~(alfa)/(1+exp(delta-
beta*Dias)),start=c(alfa=a0,beta=b0,delta=d0))
AjusteGI=nls(AlturaD1N1~(alfa*exp(-exp(delta-
(beta*Dias))))),start=c(alfa=a0,beta=b0,delta=d0))

# Análise de resíduos para o modelo Logístico -
análogo para o modelo Gompertz

library(car)
library(lmtest)
erroLI=summary(AjusteLI)$residuals

```

```

shapiro.test(erroLI)
MG=attr(ajusteLI$m$fitted(),"gradient")
mlgL=lm(AlturaD1N1~-1+MG)
durbin.watson(mlgL)
bptest(mlgL)

# Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz,
com estrutura de erros autoregressivos
de 1ª ordem

library(nlme)
AjusteLD=gnls(AlturaD1N1~(alfa)/(1+exp(delta-
beta*Dias)),start=c(alfa=a0,beta=b0,delta=d0),
correlation=corAR1())
AjusteGD=gnls(AlturaD1N1~(alfa*exp(-exp(delta-
(beta*Dias))))),start=c(alfa=a0,delta=d0,beta=b0),
correlation=corAR1())

# Avaliadores de qualidade de ajuste para o modelo
Logístico - análogo para o modelo Gompertz

AIC(AjusteLI)
erro=AlturaD1N1-fitted(AjusteLI)
sqerro=(sum(erro*erro))*4
media=mean(AlturaD1N1)
sqtot=(sum((AlturaD1N1-media)^2))*4
R2=1-(sqerro/sqtot)
R2aLI=1-(((1-R2)*length(AlturaD1N1))/
(length(AlturaD1N1)-3))

# Avaliadores de qualidade de ajuste para o modelo
Logístico, com estrutura de erros autoregressivos
de 1ª ordem - análogo para o modelo Gompertz

AIC(AjusteLD)
erro=AlturaD1N1-fitted(AjusteLD)
sqerro=(sum(erro*erro))*4
media=mean(AlturaD1N1)
sqtot=(sum((AlturaD1N1-media)^2))*4
R2=1-(sqerro/sqtot)
R2aLD=1-(((1-R2)*length(AlturaD1N1))/
(length(AlturaD1N1)-3))

# Geração das figuras com os dados observados e os
valores estimados pelos modelos Logístico e Gompertz

plot(Dias,AlturaD1N1,pch=16,xlab="Épocas de avaliação"
,ylab="Altura das plantas do cafeeiro")

```



```

lines(Dias,fitted(AjusteLI),lty=1,lwd=4,col="blue")
lines(Dias,fitted(AjusteGI),lty=2,lwd=4,col="red")

# Geração das figuras com os dados observados e os
valores estimados pelos modelos Logístico e Gompertz,
com estrutura de erros autoregressivos de 1ª ordem

plot(Dias,AlturaD1N1,pch=16,xlab="Épocas de avaliação"
,ylab="Altura das plantas do cafeeiro")
lines(Dias,fitted(AjusteLD),lty=1,lwd=4,col="blue")
lines(Dias,fitted(AjusteGD),lty=2,lwd=4,col="red")

#Geração das figuras com as TCAI e a aceleração
associadas aos modelos Logístico e Gompertz

a=a1
b=b1
d=d1
tcl=(a*b*exp(d-b*Dias))/((1+exp(d-b*Dias))^2)
acl=(-(a*b*b*exp(d-b*Dias)*((1+exp(d-b*Dias))^-2)))+
(2*a*b*b*((1+exp(d-b*Dias))^-3)*exp(2*d-2*b*Dias))

A=A1
B=B1
D=D1
tcg=A*B*(exp(DE-B*Dias))*(exp(-exp(DE-B*Dias)))
acg=(A*B*B*(exp(DE-B*Dias))*(exp(-exp(DE-B*Dias))))*
((exp(DE-B*Dias))-1)

par(mfrow=c(1,2))
plot(Dias,tcl, xlab="Dias após o plantio (EA)",ylab="Taxa
de crescimento absoluta instantânea (TCAI)")
lines(Dias,tcl,lty=1,lwd=4,col="blue")
lines(Dias,tcg,lty=2,lwd=4,col="red")
plot(dias,acl, xlab="Dias após o plantio (EA)",
ylab="Aceleração")
lines(dias,acl,lty=1,lwd=4,col="blue")
lines(dias,acg,lty=2,lwd=4,col="red")

```

Estes comandos foram repetidos para cada um dos conjuntos de dados resultantes das seis situações analisadas.