

LEONIDIA ALVES FERREIRA

**A MATEMÁTICA FINANCEIRA DO ENSINO MÉDIO E SUAS  
APLICAÇÕES NO CONTEXTO DA CAFEICULTURA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

**VIÇOSA  
MINAS GERAIS - BRASIL  
2016**

**Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Central da  
Universidade Federal de Viçosa - Câmpus Viçosa**

T

F383m  
2016  
Ferreira, Leonídia Alves, 1969-  
A matemática financeira do ensino médio e suas  
aplicações no contexto da cafeicultura / Leonídia Alves  
Ferreira. - Florestal, MG, 2016.  
viii, 63f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Orientador : Mehran Sabeti.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de  
Viçosa.  
Referências bibliográficas: f.61-63.

1. Matemática financeira. 2. Administração financeira.  
3. Finanças pessoais. 4. Abordagem interdisciplinar do  
conhecimento na educação. I. Universidade Federal de  
Viçosa. Departamento de Matemática. Programa de  
Pós-graduação em Matemática. II. Título.

CDD 22. ed. 650.01513

LEONIDIA ALVES FERREIRA

**A MATEMÁTICA FINANCEIRA DO ENSINO MÉDIO E SUAS  
APLICAÇÕES NO CONTEXTO DA CAFEICULTURA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 19 de fevereiro de 2016

---

Dr. Luis Alberto D'Afonseca

---

Dr. Marcelo Oliveira Veloso

---

Dr. Mehran Sabeti  
(Orientador)

# Agradecimentos

Desejo expressar a minha gratidão a todos que contribuíram para que este trabalho se concretizasse.

A DEUS, pela vida, por me iluminar e guardar . Agradeço à Nossa Senhora, por rogar a Deus e por passar sempre à frente desatando todos os nós.

Agradeço às minhas queridas e amadas filhas CYNTHIA E MAYARA, por toda paciência, compreensão, companheirismo, carinho, amor e motivação, sempre dando-me apoio, tranquilidade e incentivo nos momentos mais difíceis do curso.

Agradeço à minha mãe JACIRA, por todo o cuidado e todas as suas orações por mim.

Agradeço ao meu pai NELSON, por ter sido a primeira pessoa a aguçar meus sentidos para os estudos, até sem saber que estava fazendo isso. Agradeço aos meus irmãos e meus sobrinhos pelo carinho de sempre, vocês também foram responsáveis por eu ter chegado até aqui.

Agradeço ao meu professor orientador MEHRAN, pela dedicação, paciência e colaboração em todos os momentos durante esse curso.

Agradeço a todos os professores do curso PROFMAT da UFV, principalmente aos professores Kennedy, Mercio e Mehran que muitas vezes não mediram esforços para me ajudar.

Agradeço às minhas queridas amigas RENATA E LUCIANA, por todos os ensinamentos, apoio e companheirismo durante as viagens Manhuaçu-Viçosa. Ao meu amigo ISRAEL, por compartilhar seus conhecimentos durante os estudos pré exame de qualificação.

À minha querida amiga SILIANA, por ter dividido longos dias de estudos e, principalmente, por ter vivido comigo todos os momentos mais difíceis desse curso, sempre me dando coragem para continuar.

Agradeço a CAPES pelo suporte financeiro e aos responsáveis pela criação deste programa em rede nacional.

Por fim, um agradecimento sincero à todos aqueles que fizeram parte desta conquista: família, amigos, colegas de trabalho, colegas de turma do PROFMAT-UFV e a todos que sempre acreditaram nesta vitória.

# Conteúdo

Resumo	v
Abstract	vii
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Um breve relato da História das Relações Financeiras . . . . .	1
1.2 Os Juros . . . . .	2
1.3 As Organizações . . . . .	3
1.4 Objetivos . . . . .	4
1.4.1 Objetivo geral . . . . .	4
1.4.2 Objetivos específicos . . . . .	4
1.5 Justificativa . . . . .	4
1.6 Financiamento Bancário: crédito comum na região . . . . .	8
1.7 Bolsa de Valores: Bolsa de Mercadorias e Futuros . . . . .	9
<b>2 As famílias da região e o relacionamento com as finanças</b>	<b>10</b>
<b>3 Cálculos com porcentagens</b>	<b>18</b>
3.1 Porcentagem . . . . .	18
3.1.1 Cálculo mental com as porcentagens . . . . .	20
3.1.2 O que é taxa de porcentagem? . . . . .	20
3.2 Acréscimos e Descontos . . . . .	22
3.3 Lucro e Prejuízo . . . . .	24
<b>4 Operações envolvendo juros</b>	<b>27</b>
4.1 Juros . . . . .	27
4.1.1 Juros Simples . . . . .	28
4.1.2 Juros Compostos . . . . .	29
4.1.3 Uma conexão: Juros e Funções . . . . .	32
4.1.4 Juros Simples ou Juros Compostos: o que é mais vantajoso para o credor? . . . . .	35
4.2 O valor do dinheiro varia com o tempo? . . . . .	41
4.3 Algumas taxas de juros . . . . .	41
4.3.1 Taxas Proporcionais . . . . .	41
4.3.2 Taxas Equivalentes . . . . .	42
4.3.3 Taxa Nominal . . . . .	43
4.3.4 Taxa Efetiva . . . . .	43
4.3.5 Taxa Real . . . . .	43

<b>5</b>	<b>Séries Uniformes e Amortizações</b>	<b>46</b>
5.1	Série Uniforme . . . . .	46
5.1.1	Cálculo de um Valor Futuro . . . . .	46
5.1.2	Cálculo de um Valor Presente . . . . .	48
5.2	Perpetuidade . . . . .	51
5.3	Sistema de Amortização . . . . .	52
5.3.1	Sistema de Amortização Constante- SAC . . . . .	52
5.3.2	Sistema Francês de Amortização - PRICE . . . . .	54
<b>6</b>	<b>Mercado Futuro</b>	<b>57</b>
6.1	Contrato Futuro: como funciona? . . . . .	57
6.2	Contrato de venda: garantia de preço para o agricultor da região de Manhuaçu? . . . . .	58

# Resumo

FERREIRA, Leonídia Alves, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, fevereiro de 2016. **A Matemática Financeira do Ensino Médio e Suas Aplicações no Contexto da Cafeicultura.** Orientador: Mehran Sabeti.

Este trabalho faz uma pequena abordagem sobre as primeiras relações financeiras usadas pela humanidade como as trocas, os produtos usados como moedas de troca, o surgimento dos bancos, os juros como forma de pagamento pelo uso de algum bem emprestado e as organizações que buscam caminhos para a manutenção da estabilidade financeira entre os países membros. Aborda, ainda, as possíveis aplicações da Matemática Financeira do Ensino Médio, envolvendo o contexto social em que está inserido os alunos do em torno do município de Manhuaçu. Como a atividade agrícola que envolve o cultivo do café faz parte do cotidiano da maioria dos estudantes da zona rural, um ambiente escolar que trabalhe de maneira contextualizada a matemática financeira, pode ajudá-los na formação consciente do uso do dinheiro. Foi feita uma pesquisa com algumas famílias envolvendo cerca de oito municípios, para verificar a forma como lidam com os financiamentos, gastos, planejamentos e o que esperam do trabalho da escola feito com seus filhos quando se trata do ensino da Matemática Financeira. Foi feito, também, uma rápida entrevista com um dos gerentes de uma agência bancária de Manhuaçu, para saber sobre a procura dos agricultores por financiamentos e contratos futuros de vendas de café. Com o resultado, foram propostas atividades que contextualizam a agricultura cafeeira e que podem ajudar o jovem a: compreender as diversas situações financeiras da sociedade; organizar suas finanças pessoais de forma consciente; fazer uso de recursos tecnológicos como calculadoras ou planilhas eletrônicas; entender o comportamento do dinheiro no tempo; saber discutir, matematicamente, sobre o uso consciente do

crédito; conhecer alguns sistemas de financiamentos e planejar vendas lucrativas, por meio de contratos futuros oferecidos por instituições como a Bolsas de Mercadorias e Futuros. É esperado que, educando financeiramente o jovem, todos da família sejam beneficiados, pois desde muito cedo esses indivíduos participam de todo o processo envolvendo a cafeicultura.



# Abstract

FERREIRA, Leonídia Alves, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, February, 2016.

**The Financial Mathematics of High School and Their Applications in the Context of Coffee Growing.** Adviser: Mehran Sabeti.

This work is a small approach about the first financial relations used by mankind as exchanges, products used as bargaining chips, the appearances of banks, interest as payment for the use of some well borrowed and organizations seeking ways to maintain financial stability among the member countries. Also alludes to the possible applications the high school Mathematical Finance, involving the social context in which is housed students from around the city Manhuaçu. Like agricultural activity involving coffee cultivation is part of the daily life of the majority of students from rural areas, a school environment that works in context Financial Mathematics, can help them in the conscious training of the use of money. A survey was done with some families involving about eight municipalities, to see how they deal with the financing, spending, planning and what they expect from school work done with their children when it comes to financial mathematics teaching. It was made also a quick interview with managers of a bank branch of Manhuaçu to know about demand from farmers for financing and future coffee sales contracts. With the result, it has been proposed activities that contextualize the coffee agriculture and that can help young people to: understand the various financial statements of the society; organize your personal finances in order conscious; make use of technological resources as simple calculators, scientific calculators or spreadsheets; understand money behavior in time; know discuss, mathematically, on the conscious use of credit; meet some financing systems and plan profitable sales through futures contracts offered by institutions such as the Commodities and Futures Exchanges. It is expected that

educates financially the young, all the family to benefit, because from an early age these individuals participate in the whole process involving coffee.

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Um breve relato da História das Relações Financeiras

O homem primitivo se alimentava do que ele caçava, pescava, dos frutos silvestres e se abrigava em cavernas. Com o passar do tempo, por ser um indivíduo racional, o homem começa sentir necessidade de conforto, começa a observar seu semelhante e daí surgem as trocas. No início, essas trocas eram mercadorias que se apresentavam no seu estado natural e eram destinadas as necessidades fundamentais do indivíduo e do grupo. Segundo Georges Ifrah [12] "*o primeiro tipo de troca comercial foi o escambo, fórmula, segundo a qual, se trocam diretamente (e, portanto sem a intervenção de uma 'moeda' no sentido moderno da palavra) gêneros e mercadorias correspondentes a matérias primas ou a objetos de grande necessidade*"(1997, p. 145). Em seguida, as trocas começam a ficar mais complicadas, pois surgem as culturas, os artesanatos e a necessidade de uma medida comum de valor entre os produtos de troca. De acordo com Ifrah[12],

*A primeira unidade de escambo admitida na Grécia pré-helênica foi o boi. No século VIII a.C., na Ilíada de Homero(XXIII, 705, 749-751 e VI. 236), uma mulher hábil para mil trabalhos é assim avaliada em 4 bois, a armadura em bronze de Glauco em 9 bois e a de Diomedes (que era de ouro) em 100 bois; ademais, numa lista de recompensas, vêem-se suceder-se, na ordem dos valores decrescentes, uma copa de prata cinzelada, um boi e um meio talento de ouro (1997, p. 146).*

Surgem, assim, as unidades chamadas moeda-mercadoria, como exemplo: o boi, por se locomover sozinho, o que facilitava seu transporte, e por ser útil na produção de carne e de leite; o sal, por ser um conservador natural de alimentos. Por outro lado, nas ilhas do Pacífico as mercadorias eram estimadas em colares de pérolas ou conchas. Já na China eram usados como padrões de trocas dentes ou chifres de animais, bem como couros, peles e carapaças de tartarugas. O comércio se intensifica e os metais desempenham papel cada vez maior nas transações, tornando assim, a moeda de troca preferida pelos comerciantes. Essa invenção, segundo a maioria dos especialistas, foi atribuída à Grécia da Ásia (ou Ásia Menor) e à Líbia (atual Turquia) no século VII antes da Era Cristã. Devido as vantagens no seu uso, o metal teria se espalhado facilmente para Grécia, Fenícia, Roma entre outros povos, incluindo a China. Os metais mais usados para cunhagem das moedas eram o ouro e a prata. Tais moedas eram feitas com as características das atuais: pequenas peças de metal com peso e valor definidos e com impressão do cunho oficial de quem as

emite e garante o seu valor. Sendo as moedas de ouro de maior valor em seguida as de prata e bronze com valores menores. Devido aos valores monetários das moedas, surge a necessidade de guardá-las com segurança. De acordo com texto extraído do site da Casa da Moeda do Brasil-CMB, sobre a Origem do Dinheiro [6],

*Os negociantes de ouro e prata, por terem cofres e guardas a seu serviço, passaram a aceitar a responsabilidade de cuidar do dinheiro de seus clientes e a dar recibos escritos das quantias guardadas. Esses recibos (então conhecidos como "goldsmith's notes") passaram, com o tempo, a servir como meio de pagamento por seus possuidores, por serem mais seguros de portar do que o dinheiro vivo. Assim surgiram as primeiras cédulas de "papel moeda", ou cédulas de banco, ao mesmo tempo em que guardados valores em espécie dava origem a instituições bancárias CMB (2015).*

Os sacerdotes da Igreja Católica do Egito e da Babilônia também eram pessoas de confiança dos cidadãos mais abastados para guardarem o ouro que possuíam. Podemos dizer que as primeiras instituições bancárias são criadas pelos sacerdotes, pois possuíam um sistema seguro para guardar as moedas nos templos. Além de guardar as moedas, os sacerdotes também realizavam empréstimos das mesmas para que fossem devolvidas, depois de algum tempo, com juros, em ouro e prata. Segundo Jozsef Robert [24] a Igreja teve o monopólio na cobrança de juros durante muito tempo, mas não conseguiu conter a avidez das pessoas por ganhos e lucros. De acordo com Hélio Rosseti Júnior e Juliano Schimiguel [?],

*Muitas das práticas atuais tiveram origem nos antigos costumes de empréstimo e devolução de sementes e de outros produtos da agricultura, base da civilização atual. A História também revela que a ideia se tinha tornado tão bem estabelecida que já existia uma firma de banqueiros internacionais em 575 aC, com os escritórios centrais na Babilônia (2011).*

Ainda nessa perspectiva, Ido José Schneider [26] destaca que o desenvolvimento do comércio exigiu que fosse criado uma rede bancária mais ampla e, como a Itália foi pioneira nesta atividade, o primeiro banco privado que se tem notícia foi fundado em Veneza, no ano de 1157. Várias redes bancárias foram criadas nos séculos XIII, XIV e XV, o que tornou-se uma concorrência para a Igreja Católica. Durante o século XIX, a Revolução Industrial contribuiu para o surgimento de outros bancos, como Banco Industrial, com a finalidade de mobilizar valores altos de dinheiro para auxiliar o crescimento das indústrias.

## 1.2 Os Juros

O homem foi percebendo que existia uma estreita ligação entre o dinheiro e o tempo, pois ao deixar a moeda guardada, ela ia perdendo seu poder de compra. Nesse processo de acumulação de capital e desvalorização da moeda, o conceito de juros se estabelece. Segundo Felipe Aquino [1],

*... quem recebe emprestado contrai a obrigação de devolver o valor emprestado, e quem empresta tem o direito de exigir. Pode acontecer, porém, que o emprestado sofra prejuízo pelo fato de emprestar, pois deixa de negociar com seu dinheiro e perde ocasiões de lucrar; em tais circunstâncias, tem o direito de cobrar uma compensação ou juros módicos, de mais a mais que quem pede emprestado muitas vezes pede para fundar*

*um empreendimento lucrativo. Pode acontecer, porém, que o emprestado não tenha a possibilidade de lucrar algo com o dinheiro emprestado, como outrora se julgava; em tal caso a cobrança de juros seria injusta exploração da necessidade alheia(2011).*

Sabe-se que essa ideia de juros já era usada nas trocas de sementes, por exemplo, na civilização suméria, mais ou menos 3000a.C.. Já faziam uso dos juros como forma de pagamento pelo uso de bens como sementes e prata. Pegavam emprestado a semente e em troca teriam que devolver, após a colheita, uma quantia maior do que havia pegado emprestado. De acordo com Jean Piton Gonçalves [10]

*Há muitos textos desses primeiros tempos que tratam da distribuição de produtos agrícolas e de cálculos aritméticos baseados nessas transações. As tábuas mostram que os sumérios antigos estavam familiarizados com todos os tipos de contratos legais e usuais, como faturas, recibos, notas promissórias, crédito, juros simples e compostos, hipotecas, escrituras de venda e endossos. Há tábuas que são documentos de empresas comerciais e outras que lidam com sistemas de pesos e medidas (2005).*

Sobre a criação dos juros, a teoria mais aceita é que eles existem pelo fato das pessoas preferirem gastar mais dinheiro no presente a gastar no futuro. Segundo Eduardo Gianneti[9]" *Quando o prazer está em jogo, mais é melhor que menos, antes é melhor que depois*"(p.36).

### 1.3 As Organizações

Em meados do século XX, surgiram algumas organizações preocupadas com o descontrole das finanças dos indivíduos ou grupos. Uma dessas organizações é a OCDE- Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico que engloba 34 países, atualmente, mas quando foi criada, em 1947, comportava apenas países europeus. O objetivo inicial era executar o Plano Marshall, um plano elaborado pelos Estados Unidos para reconstrução dos países europeus devastados pela Segunda Guerra Mundial. Em 1961, já havia outros países participando da organização, como EUA e Canadá, e tornava assim, oficialmente OCDE. A organização considera como prioridades ações como: buscar o desenvolvimento econômico permanente entre os países membros, encontrar caminhos para a manutenção da estabilidade financeira entre os países membros, discutir e propor metas para o desenvolvimento econômico mundial, estabelecer parâmetros para o desenvolvimento do nível social e criação de mecanismos para o crescimento do nível de emprego. De acordo com Maués Olgaíses Cabral [16], a OCDE (2005) sustenta que a educação desempenha um papel importantíssimo para o crescimento econômico. A educação tem a função de formar o capital humano que, no plano individual, ajuda nos aspectos salariais, de renda, de patrimônio e de produtividade. Além disso, outros fatores devem ser considerados como; a satisfação pessoal, qualidade na saúde, elementos não econômicos que sofrem, muitas vezes, influência do nível escolar do indivíduo. O capital social também pode ser beneficiado com a educação, pois essa pode contribuir para a cooperação intra e entre os grupos. Segundo Maués [16],

*No que concerne à coletividade, a OCDE indica que a educação pode contribuir para o aumento das receitas fiscais, do investimento em saúde, em políticas sociais em geral. E relativo a benefícios não econômicos, concernentes à coletividade, destacam-se a coesão social, a confiança nos*

*governantes, o bom funcionamento da democracia e a estabilidade política. Todos esses fatores, são fundamentais para que as sociedades vivam em bem estar econômico, político e social (2011, p. 76).*

O Brasil não é membro da OCDE, mas tem acordos de cooperação e se beneficia de estudos feitos por outros países membros, na elaboração de suas políticas. Nos últimos anos, no Brasil, nota-se uma economia crescendo e uma população tendo acesso a produtos e serviços que antes não era acessíveis. Foi pensando nesse crescente número de pessoas consumindo e tendo acesso ao sistema financeiro que o Brasil em 2010 instituiu por decreto o ENEF- Estratégia Nacional de Educação Financeira, com a mobilização de vários setores da sociedade. O ENEF é uma estratégia baseada na OCDE e tem como objetivos principais fortalecer a cidadania, aumentar a eficiência e a solidez do sistema financeiro, disseminar a educação financeira e previdenciária e promover a tomada de decisões financeiras consciente e autônoma.

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1 Objetivo geral

Estudar, descrever e elaborar estratégias para a prática do ensino da Matemática Financeira no contexto escolar da região, em torno do município de Manhuaçu.

### 1.4.2 Objetivos específicos

- Descrever os principais tópicos da Matemática Financeira.
- Investigar as principais ferramentas que podemos fazer uso durante o processo de aquisição do conhecimento relacionado às finanças.
- Conhecer as aplicabilidades da Matemática Financeira no contexto atual e principalmente nas atividades com a cafeicultura.
- Correlacionar a influência que as aprendizagens dos tópicos da Matemática Financeira exerce sobre as pessoas ao tomarem alguma decisão relacionada ao dinheiro.

## 1.5 Justificativa

Algumas perguntas podem ser feitas sobre o processo de ensino e aprendizado da Matemática Financeira nas escolas:

- O professor pode contribuir, por meio de sua prática, com atividades que estão relacionadas ao dia a dia dos alunos?
- Cabe à escola se preocupar com a aplicabilidade dos conteúdos estudados?
- A Matemática Financeira pode ser uma ferramenta para criar ou modificar planejamentos relacionados ao uso do dinheiro no presente e no futuro de um indivíduo?
- É possível enriquecer o processo ensino e aprendizado da Matemática Financeira com estratégias diferenciadas, usando softwares de planilhas, jogos online e calculadoras?

São questões como essas que nos instigam a buscar respostas e por meio de tais respostas poder contribuir com o trabalho dos professores em sala de aula. O Município de Manhuaçu está localizado no leste de Minas Gerais, fazendo parte da Zona da Mata Mineira e localizado bem próximo à divisa do estado com o Espírito Santo. Segundo pesquisas, somente a Zona da Mata de Minas Gerais tem uma produção de sacas de café superior a produção total do Estado de São Paulo. O município de Manhuaçu e região representa grande parte dessa produção, pois a principal atividade agrícola é o cultivo do café. As Figuras 1.1 e 1.2 mostram as regiões onde é cultivado o café brasileiro<sup>1</sup> e suas produtividades<sup>2</sup>, respectivamente.

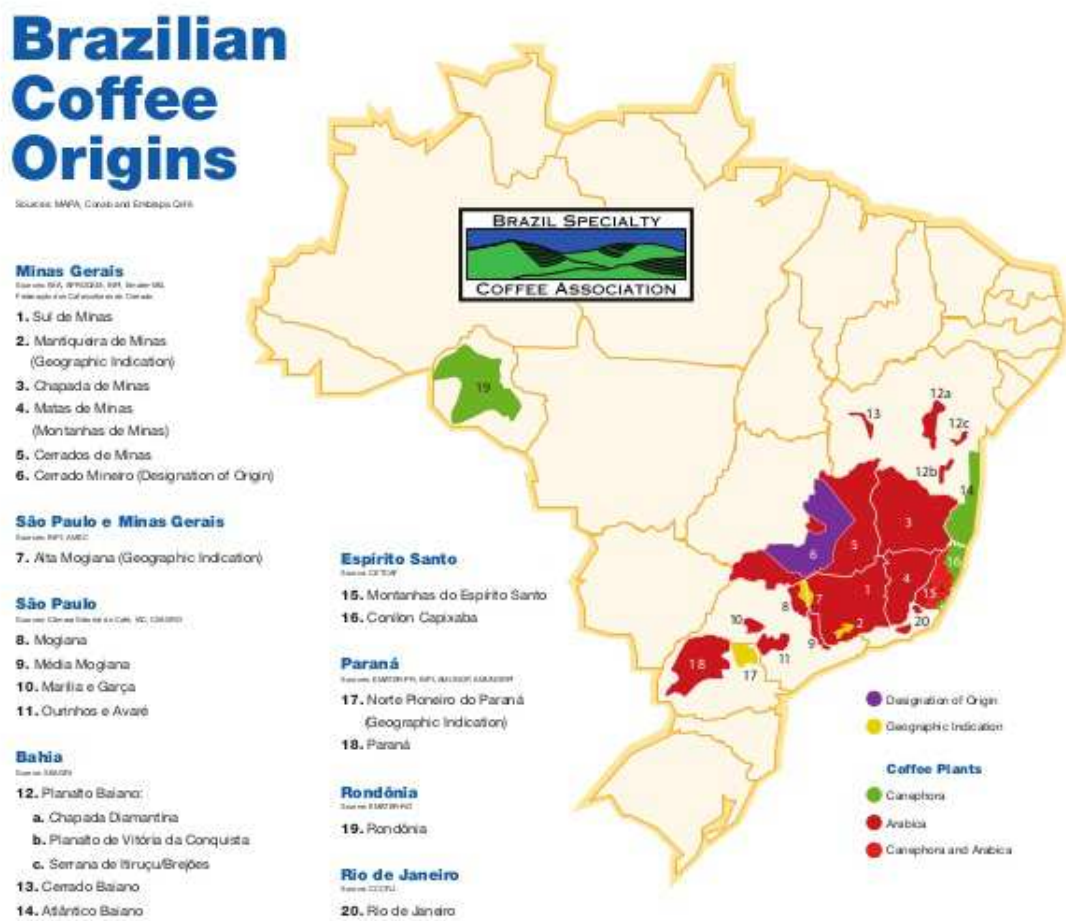


Figura 1.1: As origens do café brasileiro

O café na Zona da Mata de Minas Gerais e nos municípios do estado do Espírito Santo próximos a Minas Gerais é produzido, em sua maioria, por pequenos e médios agricultores. Grande parte dessa região não oferece condições de mecanização, devido ao relevo bastante acidentado. Por consequência, a produção é feita pelo pequeno produtor, utilizando a mão-de-obra familiar. A maior parte dos serviços é feita manualmente e com participação de todos da família. As famílias fazem ainda, trocas de serviços com os agricultores de propriedades vizinhas, em caráter

<sup>1</sup>Fonte da Figura 1.1: <http://pt.slideshare.net/cafeicultura/mapafinal-estande-bsca1404250141501>. Acesso 20/01/2016

<sup>2</sup>Fonte da Figura 1.2: <http://www.cncafe.com.br/site/interna.php?id=10421>. Acesso 20/01/2016

<b>Comparativo entre safras de café do Brasil - mil sacas de 60 kg</b>					
<b>UF e Regiões produtoras</b>	<b>Safra 2015</b>		<b>Safra 2014</b>	<b>Dif. 2015/2014</b>	
	<b>*Inf.</b>	<b>*Sup.</b>	<b>**Conab</b>	<b>% Inf.</b>	<b>% Sup.</b>
<b>MINAS GERAIS</b>	<b>21.500</b>	<b>22.950</b>	<b>22.644</b>	<b>-5,05</b>	<b>1,35</b>
- Sul e Oeste	9.800	10.500	10.804	-9,29	-2,81
- Triângulo e Alto Paranaíba	4.700	4.900	5.765	-18,47	-15,00
- Zona da Mata	6.500	7.000	5.305	22,53	31,95
- Jequitinhonha e Norte	500	550	770	-35,06	-28,57
<b>ESPÍRITO SANTO</b>	<b>10.000</b>	<b>10.800</b>	<b>12.806</b>	<b>-21,91</b>	<b>-15,66</b>
- Arábica	2.500	2.800	2.857	-12,50	-2,00
- Robusta/Conilon	7.500	8.000	9.949	-24,62	-19,59
<b>SÃO PAULO</b>	<b>3.700</b>	<b>3.900</b>	<b>4.589</b>	<b>-19,37</b>	<b>-15,01</b>
<b>BAHIA</b>	<b>1.900</b>	<b>2.100</b>	<b>2.371</b>	<b>-19,87</b>	<b>-11,43</b>
- Cerrado	400	450	435	-8,05	3,45
- Planalto	600	650	896	-33,04	-27,46
- Atlântico	900	1.000	1.040	-13,46	-3,85
<b>PARANÁ</b>	<b>1.000</b>	<b>1.100</b>	<b>559</b>	<b>78,89</b>	<b>96,78</b>
<b>RONDÔNIA</b>	<b>1.400</b>	<b>1.500</b>	<b>1.477</b>	<b>-5,21</b>	<b>1,56</b>
<b>OUTROS</b>	<b>800</b>	<b>900</b>	<b>896</b>	<b>-10,71</b>	<b>0,45</b>
<b>Discriminação por espécies</b>					
- Café Arábica	30.000	32.150	32.306	-7,14	-0,48
- Café Robusta	10.300	11.100	13.036	-20,99	-14,85
<b>TOTAL BRASIL</b>	<b>40.300</b>	<b>43.250</b>	<b>45.342</b>	<b>-11,12</b>	<b>-4,61</b>
<i>*Estimativa Fundação Procafé; **Dados oficiais Conab</i>					
<b>Fonte: CNC / Fundação Procafé</b>					

Figura 1.2: Comparativo entre safras de café do Brasil

de cooperação. Os estudantes crescem nesse ambiente, ajudando nas atividades laborais e participando das decisões tomadas pelas famílias, incluindo às relacionadas ao dinheiro. Durante as atividades agrícolas, muitos produtores recorrem a financiamentos oferecidos pelos bancos. Segundo superintendente regional de um dos bancos da cidade de Manhuaçu, dos R\$187,7 bilhões liberados pelo Governo Federal para créditos em operações de custeio e investimentos na produção agrícola familiar, R\$9,6 bilhões vieram para uma das agências da cidade, no último ano. Diante desse cenário, nota-se que é de fundamental importância que a escola faça um trabalho que desenvolva as habilidades financeiras dos estudantes. Sabe-se que competências e habilidades para lidar com o dinheiro são construídas com vivências que vão além das proporcionadas pela escola, mas o saber matemático desenvolvido durante os anos escolares pode ser de grande valia para uma formação consciente do uso do dinheiro. Segundo Ivail Muniz Junior [18],

*Educar financeiramente é uma ação muito mais ampla, que inclui: aprender matemática para compreender as situações financeiras; entender o comportamento do dinheiro no tempo; organizar conscientemente suas finanças (futuras) pessoais; discutir matematicamente o uso consciente do crédito; entender temas de economia como PIB, inflação e seus diferentes índices, IOF, IR dentre outros. Compreender os principais sistemas de financiamentos (PRICE e SAC), utilizando inclusive os recursos tecnológicos amplamente disponíveis, como planilhas eletrônicas e calculadoras científicas; refletir e analisar matematicamente o aumento da*



*expectativa de vida do brasileiro e seus impactos na economia nacional, incluindo sua própria aposentadoria, seguros em geral e previdência complementar; discutir e analisar quantitativa e qualitativamente os impactos de problemas geo-políticos e sociais nas economias de uma região, levando-se em consideração a viabilidade das ferramentas matemáticas estudadas, dentre outros (2010, p.2).*

O Brasil tem sua Lei de Diretrizes e Base da Educação Nacional-LDB[13] que deixa claro: "A educação escolar deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social"(Art. 1º). Segundo Ilydio Pereira de Sá [27], a Matemática Comercial e Financeira pode desempenhar um importante papel no processo ensino aprendizagem, pois está presente desde cedo na vida de todos. Todas as pessoas, sejam da cidade, sejam da zona rural, vivenciam as relações comerciais diariamente, dessa forma a escola deve pensar em ministrar os conteúdos conectados com a realidade desses indivíduos. Há ainda o Estatuto da Criança e do Adolescente [14] que determina que "a criança e o adolescente têm direito à educação, visando ao pleno desenvolvimento de sua pessoa, preparo para o exercício da cidadania e qualificação para o trabalho"(Art. 53 ). Nessa perspectiva sobre o papel do sistema educacional, pode-se ainda tomar a teoria de Jean Piaget [23] que aponta o direito à educação como essencial para formação e crescimento dos conhecimentos.

*Afirmar o direito da pessoa humana à educação é assumir uma responsabilidade muito mais pesada do que assegurar a cada um a capacidade de ler, escrever e contar. É garantir a toda criança o inteiro desenvolvimento de suas funções mentais e a aquisição de conhecimentos e valores morais correspondentes ao exercício de suas funções, até a adaptação à vida social atual.(1976, p.34).*

O desenvolvimento das funções mentais citados por Piaget acontece com as relações estabelecidas com os mais variados fenômenos, seja nas trocas ou nas interações com o meio físico ou social, pois ao agir a criança constrói e reconstrói as suas estruturas mentais. De acordo com Regina Magna Bonifácio de Araújo [2], as crianças e adolescentes estão todo o tempo "*interagindo com as informações que recebem, sejam dos adultos com as quais convivem, sejam dos meios de comunicação. O fato é que essas informações formam as bases das condutas econômicas*"(2009, p.43). Portanto, a escola também pode contribuir, por meio de seu trabalho, para o desenvolvimento [2] "*de uma visão sistêmica do modelo econômico no qual todos estão inseridos*"(p.30), resultando em crianças, jovens e adultos que compreendam os fenômenos econômicos existentes e saibam lidar com as informações sobre finanças de uma maneira consciente. Porém, o que percebe-se atualmente é que isso não acontece. Embora as famílias sejam responsáveis pela administração direta dos riscos de suas finanças elas muitas vezes não receberam uma formação suficiente. O professor Gustavo Cerbasi [7] diz que "*todo brasileiro adulto, não recebeu esse tipo de informação em sua infância. Se possui algum interesse por finanças, seus conhecimentos na área são recentes e sua insegurança ao utilizá-los é provavelmente grande*"( 2006, p.38). Grande parte dos adultos de hoje não tiveram em sua formação escolar uma adequada educação financeira e talvez por isso, a maioria não tenha habilidades nem se preocupa em educar financeiramente seus filhos. Segundo Marcos Stephani [30], "*a Educação Financeira vem ser um elo entre várias áreas do conhecimento, no sentido de fazer com que trabalhem juntas e formem na epistemologia do aluno, conceitos capazes de instrumentalizá-lo para a construção de sua autonomia*"( 2005, p. 29). Nos Parâmetros Curriculares Nacionais [5] vimos que "*...com a criação permanente*

*de novas necessidades transformando bens supérfluos em vitais, a aquisição de bens se caracteriza pelo consumismo. O consumo é apresentado como forma e objetivo de vida"*(1998, p.35 ). Segundo Araújo[2],

*A situação social e cultural na qual se inscreve o desenvolvimento do nosso país é infinitamente complexa. O capitalismo industrial de produção foi substituído pelo capitalismo financeiro, que privilegia o mercado consumidor. Observamos uma importante transformação: o sujeito antes produtivo, deu lugar agora a um indivíduo consumidor, produto da expansão capitalista neoliberal, participante de uma Sociedade/Estado que estende as leis de mercado a toda atividade humana, acompanhada de fortes processos de exclusão( 2009, p.20).*

A falta de planejamento financeiro por parte das famílias brasileiras, o fácil acesso aos financiamentos, o crédito bem mais acessível nos bancos, fazem com que os brasileiros usem esses financiamentos de forma desenfreada. Para realização de seus sonhos, como o de ter a casa própria, um carro e outros bens, algumas pessoas tomam decisões sem planejar. Essa falta de planejamento financeiro leva a um endividamento que muitas vezes sai do controle e ultrapassa os valores de renda obtidos pelas famílias.

## **1.6 Financiamento Bancário: crédito comum na região**

Durante a elaboração deste trabalho, foi feita uma entrevista rápida com o gerente bancário de uma das agências da cidade de Manhuaçu e, nessa conversa, ele disse que somente na agência em que ele trabalha são atendidas cerca de cinco mil famílias que buscam, anualmente, algum tipo de financiamento para as atividades da cafeicultura. O gerente disse ainda que, atualmente, o financiamento mais comum disponibilizado pelo banco e o mais procurado pelos produtores de café vem dos recursos liberados pelo Governo Federal, por meio do Programa Nacional de Fortalecimento da Agricultura Familiar (Pronaf). Os recursos liberados para o Pronaf são destinados para o custeio da safra, para a atividade agroindustrial, seja para investimento em máquinas, equipamentos ou infraestrutura de produção. As famílias interessadas ao crédito procuram o sindicato rural ou a empresa de Assistência Técnica e Extensão Rural (Ater), como a Emater, para obtenção da Declaração de Aptidão ao Pronaf (DAP), que é emitida segundo a renda anual e as atividades exploradas, direcionando o agricultor para as linhas específicas de crédito a que tem direito. Os agricultores precisam se enquadrar em grupos de classificação e ainda estarem com o CPF (Cadastro de Pessoas Físicas ) regularizado e livre de dívidas. As condições para o crédito atualmente, de acordo com o Banco Central do Brasil [4], são:

a) taxa efetiva de juros de 2,5% a.a. (dois inteiros e cinco décimos por cento ao ano) para uma ou mais operações de custeio que, somadas, atinjam valor de até R\$10 000,00 (dez mil reais) por mutuário em cada safra;

b) taxa efetiva de juros de 4,5% a.a. (quatro inteiros e cinco décimos por cento ao ano) para uma ou mais operações de custeio que, somadas, atinjam valor acima de R\$10 000,00 (dez mil reais) até R\$30 000,00 (trinta mil reais) por mutuário em cada safra;

c) taxa efetiva de juros de 5,5% a.a. (cinco inteiros e cinco décimos por cento ao ano) para uma ou mais operações de custeio que, somadas, atinjam valor acima de R\$30 000,00 (trinta mil reais) até R\$100 000,00 (cem mil reais) por mutuário em cada safra.

Para os créditos de custeio, é observado o ciclo de cada empreendimento e, no caso da produção do café que é anual, o prazo para reembolso também é de um ano. As taxas de juros correspondentes a cada linha de crédito são definidas após o Plano Safra da Agricultura Familiar, divulgado anualmente entre os meses de junho e julho.

## 1.7 Bolsa de Valores: Bolsa de Mercadorias e Futuros

A Bolsa brasileira é atualmente a junção da Bolsa de Mercadorias e Futuros com a Bolsa de Valores do Estado de São Paulo que, desde então, passou a ser chamada de Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo-BM&FBOVESPA. De acordo com dados do Banco Central do Brasil [3],

*As Bolsas de Mercadorias e Futuros são associações privadas civis, com objetivo de efetuar o registro, a compensação e a liquidação, física e financeira, das operações realizadas em pregão ou em sistema eletrônico. Para tanto, devem desenvolver, organizar e operacionalizar um mercado de derivativos livre e transparente, que proporcione aos agentes econômicos a oportunidade de efetuarem operações de hedging (proteção) ante flutuações de preço de commodities agropecuárias, índices, taxas de juro, moedas e metais, bem como de todo e qualquer instrumento ou variável macroeconômica cuja incerteza de preço no futuro possa influenciar negativamente suas atividades. Possuem autonomia financeira, patrimonial e administrativa e são fiscalizadas pela Comissão de Valores Mobiliários (BCB).*

As *commodities*, principalmente mercadorias agropecuárias (gado, café, açúcar, feijão e soja) e o ouro, movimentam o Mercado da BM&FBOVESPA com contratos de compra e de venda. São realizados dois tipos de negócios: à vista ou futuro. Essas negociações são feitas por meio das corretoras da Bolsa, autorizadas a intermediar operações entre o investidor e a Bolsa. O principal objetivo desse mercado é proteger os investidores de futuras oscilações dos preços de uma economia.

## Capítulo 2

# As famílias da região e o relacionamento com as finanças

Visando levantar o contexto das famílias que exercem atividades agrícolas da região, foi feito um questionário e 60 famílias que exercem a cafeicultura disponibilizaram-se a colaborar. Essas famílias são de 8 municípios em torno da cidade de Manhuaçu.

### Pergunta 1

*Você ou alguém de sua família já fez algum financiamento em bancos?*

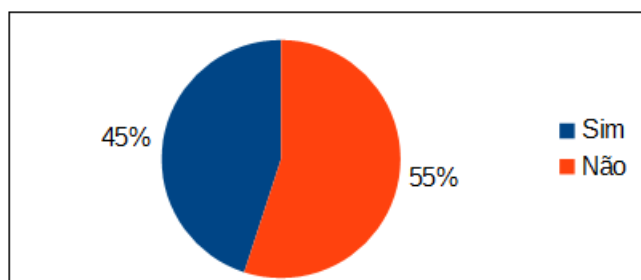


Figura 2.1: Resposta da pergunta 1

Fica evidente o que foi falado pelo gerente da agência bancária, em entrevista, que muitas famílias recorrem aos bancos para obterem algum tipo de financiamento.

### Pergunta 2

*Caso você já tenha feito algum financiamento, responda: você lembra a taxa de juro cobrada no financiamento?*

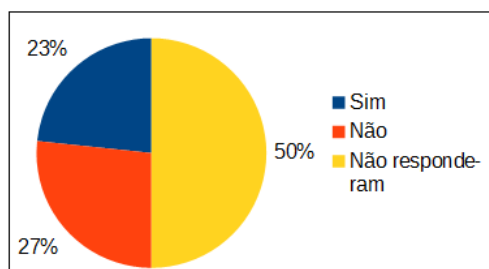


Figura 2.2: Resposta da pergunta 2

Muitos não responderam porque não foram eles que fizeram o financiamento, foi algum parente ou conhecido. E dos que responderam a maioria não lembra a taxa de juro cobrada no financiamento.

### Pergunta 3

*Você planeja seus gastos?*

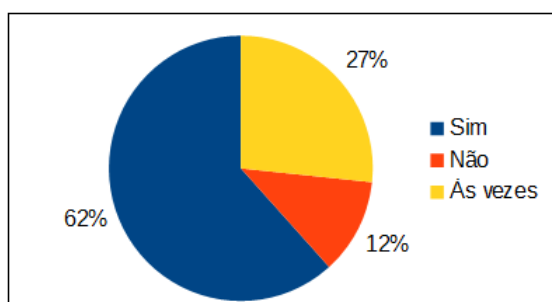


Figura 2.3: Resposta da pergunta 3

Apesar de a maioria planejar seus gastos, observamos ainda que cerca de 39% dos entrevistados "não" planejam ou "às vezes" planejam. Sabendo que o café, entre as *commodities*, é uma das que apresenta maior volatilidade nos preços e ainda sofre com variáveis climáticas, interferência de pragas e doenças, o planejamento, seja em nível operacional ou seja relacionado à comercialização, se torna imprescindível.

### Pergunta 4

*Você controla seus gastos?*

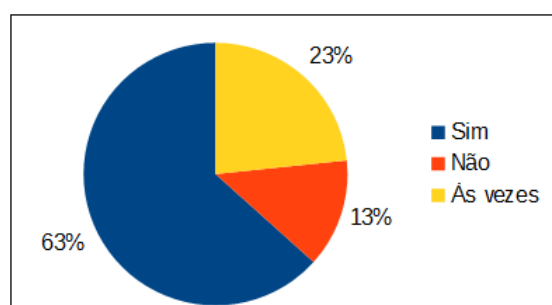


Figura 2.4: Resposta da pergunta 4

O controle de gastos também "não" é feito ou "às vezes" é feito por cerca de 36% dos entrevistados. Relacionando-se ao contexto do café, o controle dos gastos e a eficiência contábil, financeira e administrativa são tão importantes quanto a eficiência produtiva. Portanto, para a cafeicultura se transformar em negócio gerador de lucros não é suficiente apenas uma produção com boa qualidade e grande quantidade.

### Pergunta 5

*Você costuma anotar seus gastos?*

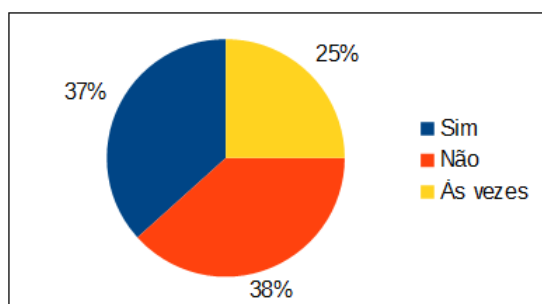


Figura 2.5: Resposta da pergunta 5

A maioria dos entrevistados não costuma anotar os gastos. Tal atitude é preocupante, pois se o produtor não tem anotações para controle do dinheiro que entrou e do que gastou, dificilmente será capaz de responder às perguntas: "A atividade cafeeira é viável em minha propriedade?", "Terei dinheiro para continuar com as atividades da cafeicultura no próximo ano?" ou ainda "O que fazer para comercializar o meu café mantendo o lucro em minhas atividades e não faltar dinheiro durante o ano?"

### Pergunta 6

*Você paga algum plano de saúde?*

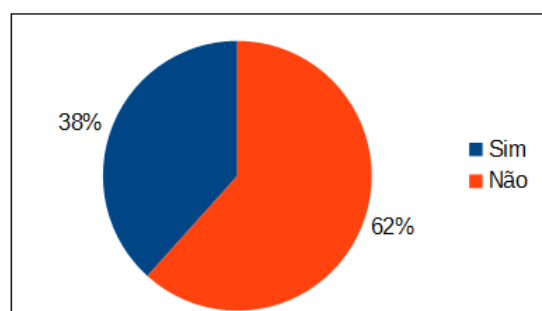


Figura 2.6: Resposta da pergunta 6

Grande parte dos produtores rurais da região não tem o hábito de pagar um plano de saúde e, quando necessitam de algum atendimento que não é oferecido pelo Sistema Único de Saúde brasileiro, necessitam desembolsar, muitas vezes, um valor bem alto de dinheiro para custear esse atendimento. Para muitos, é uma forma de desequilíbrio das finanças.

### Pergunta 7

*Quando acontece algum problema climático e a colheita do café não acontece como você esperava, o que você faz?*

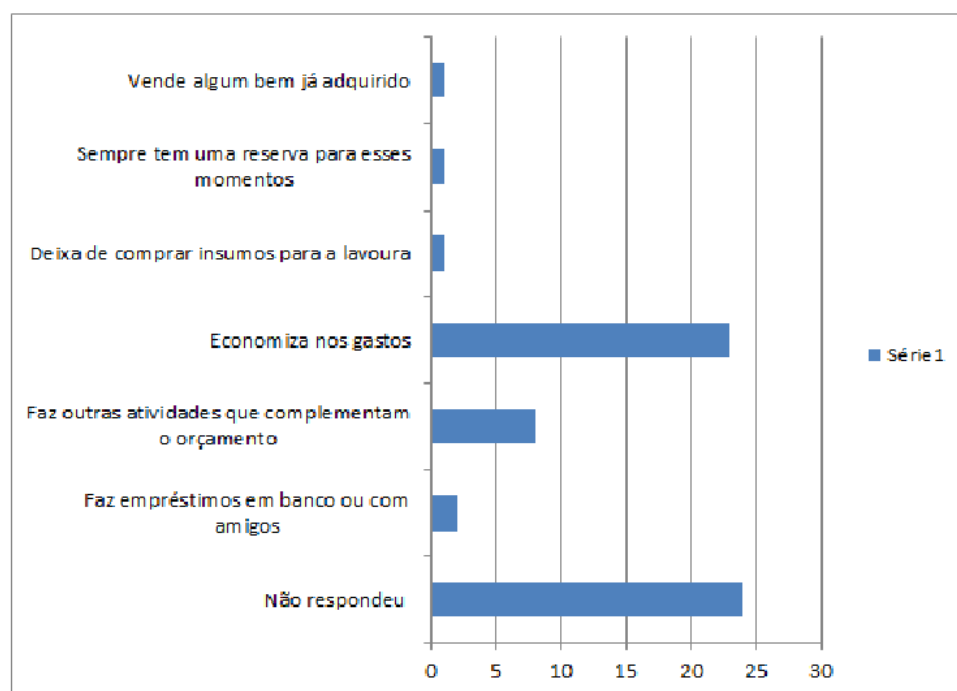


Figura 2.7: Resposta da pergunta 7

O que chama a atenção é o número tão baixo de famílias que possuem uma reserva para os momentos difíceis.

### Pergunta 8

*Você sabe o custo total, em dinheiro, para produção de uma saca de 60 kg de café?*

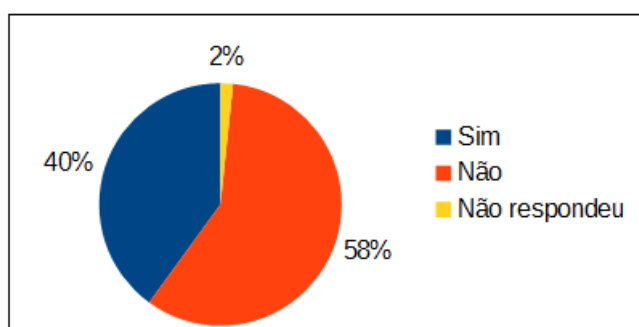


Figura 2.8: Resposta da pergunta 8

A maioria dos produtores entrevistados não sabem o custo para a produção de uma saca de café de 60 kg, talvez seja porque não anotam seus gastos. Saber o custo de sua produção é de fundamental importância em qualquer atividade.

### Pergunta 9

*Em que momento você costuma vender a colheita do seu café?*

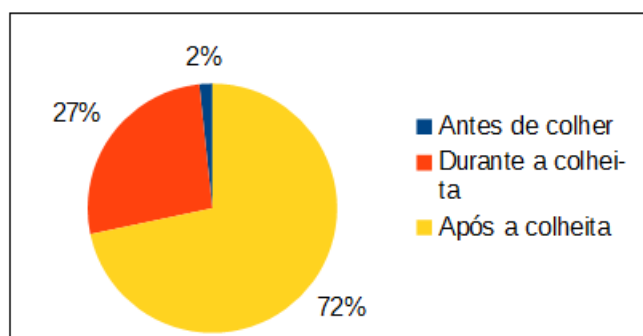


Figura 2.9: Resposta da pergunta 9

A maioria ou quase todos vendem sua produção durante ou após a colheita. Essa prática deixa o produtor vulnerável a oscilações de preços do mercado.

### Pergunta 10

*O que você costuma fazer quando sobra algum dinheiro?*

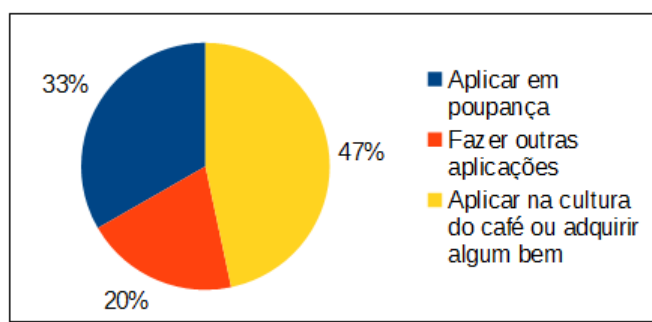


Figura 2.10: Resposta da pergunta 10

A maioria dos produtores investe o dinheiro que sobra na própria atividade da cafeicultura, mas percebe-se também que a poupança é um dos investimentos bem procurados.

### Pergunta 11

*Você sabe fazer cálculos de lucros e prejuízos?*

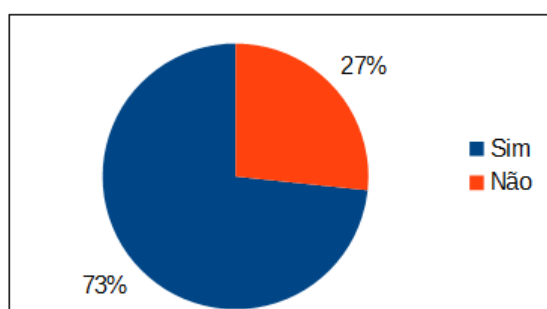


Figura 2.11: Resposta da pergunta 11

*Se a resposta for sim, como aprendeu ou quem ensinou?*

Apesar de a maioria dizer que sabe fazer cálculos de lucros e prejuízos, ainda cerca de 27% diz não saber, dos que sabem, muitos aprenderam a fazer os cálculos sozinhos e apenas 18% aprendeu com um professor(a). A maioria das pessoas que trabalham com a cafeicultura da região, são pessoas que passaram poucos anos na escola,



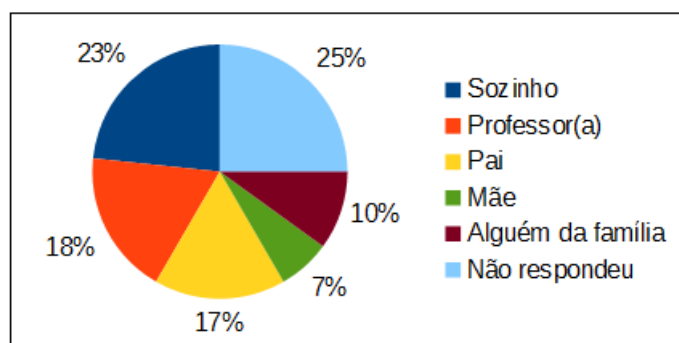


Figura 2.12: Resposta da pergunta 11

ou seja, nem chegaram cursar o Ensino Médio, talvez seja por isso o número tão pequeno de pessoas que aprenderam a fazer esses cálculos com o professor. Percebe-se também que o pai ensina mais matemática que a mãe. No meio rural da região pesquisada ainda predomina o homem gerenciando os negócios, por isso a maior facilidade do pai com os cálculos.

### Pergunta 12

*Você sabe fazer cálculo de juros, descontos e porcentagens?*

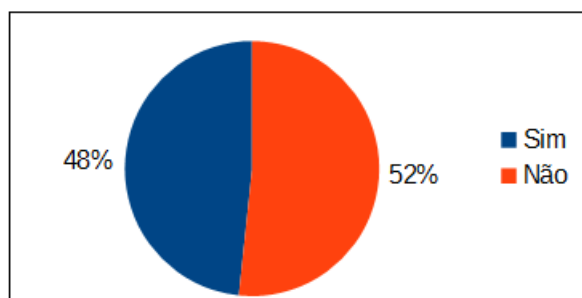


Figura 2.13: Resposta da pergunta 12

*Se a resposta for sim, como aprendeu ou quem ensinou?*

Analisando os resultados, percebe-se que embora muitos não saibam fazer cálculos envolvendo juros, descontos e porcentagens, dos que responderam sim, a maioria aprendeu com um(a) professor(a). Sendo assim, a escola exerce uma grande influência nesse aprendizado (mesmo eles frequentando pouco tempo a escola) e torna-se um dos poucos lugares em que esse conhecimento pode ser construído. Em contrapartida, muitos estudantes que passam pelas escolas não alcançam um aprendizado satisfatório desses conteúdos. De acordo com Paulo Saldana, a pesquisa publicada no jornal Estadão[28], feita em 25 cidades do país e com pessoas que passaram em média 8 anos na escola, mostra que 63% dessas pessoas não sabem responder perguntas sobre percentuais. Outro resultado desse levantamento é que 69% não conseguem fazer contas com juros. Nessa publicação, o professor Flavio Comim, docente na Universidade Federal do Rio Grande do Sul-UFRGS, afirma que "*essas deficiências acarretam impactos econômicos e sociais,*" e que "*uma sociedade que sabe pouco de matemática é pouco competitiva, como mostra a comparação internacional. Também mexe muito com a sobrevivência das pessoas, porque define o que você compra, se fará um financiamento*".

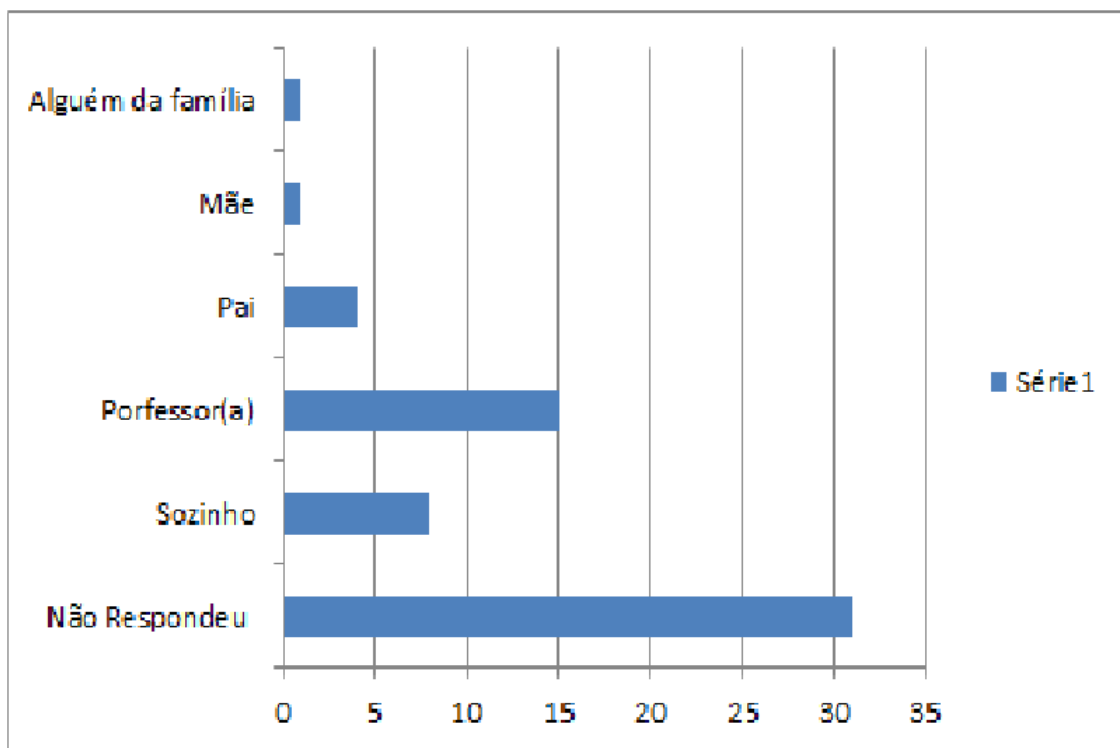


Figura 2.14: Resposta da pergunta 12

### Pergunta 13

*Você acredita que se o seu filho aprender, na escola, a fazer cálculos de lucros e prejuízos, esse aprendizado pode ajudar vocês no cultivo do café?*

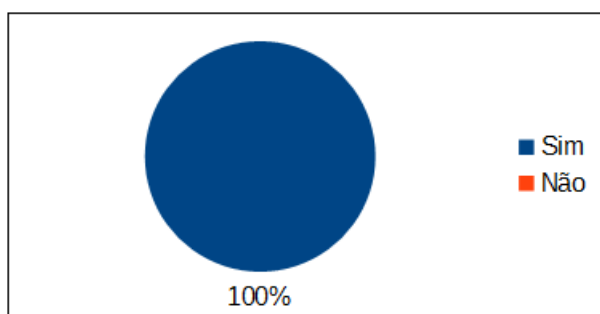


Figura 2.15: Resposta da pergunta 13

Os entrevistados foram unânimes em responder que se o filho aprender, na escola, a fazer cálculos de lucros e prejuízos poderá ajudá-los no cultivo do café. Nota-se que a sociedade espera da escola sua contribuição para a formação de um indivíduo consciente e ativo.

### Pergunta 14

*Você acredita que se o seu filho aprender, na escola, sobre financiamentos, cálculos de juros, descontos e porcentagens, isso pode ajudar vocês no cultivo do café?*

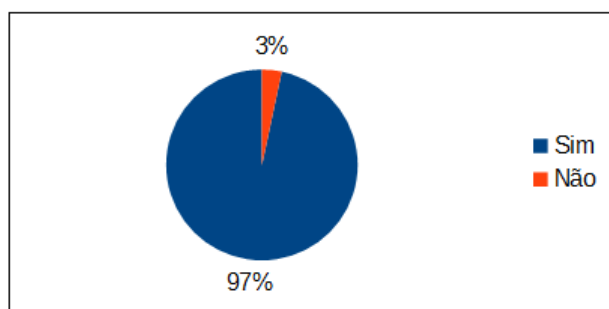


Figura 2.16: Resposta da pergunta 14

Aqui também percebe-se que os pais acreditam que podem ser beneficiados em suas atividades de cafeicultura por meio do conhecimento adquirido por seus filhos.

### Pergunta 15

*Você ou alguém de sua família já fez alguma venda de café na BM&F-Bolsa de Mercadorias e Futuros?*

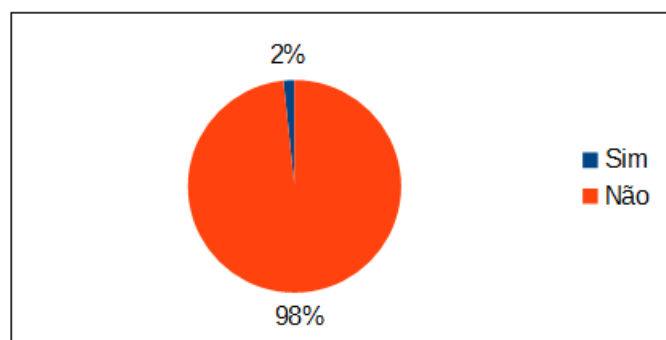


Figura 2.17: Resposta da pergunta 15

Quase todos os entrevistados nunca venderam sua produção antes da colheita, ou seja, nunca fizeram vendas futuras na BM&FBOVESPA. Durante a entrevista com o gerente da agência bancária, foi questionado se o banco oferece esse serviço, obtendo resposta positiva. Ao ser questionado sobre o porquê de poucas vendas nesse segmento, ele respondeu que falta divulgação por parte do banco, mas que há projetos futuros de divulgação.

Com essa pesquisa fica bem claro que o trabalho do professor, na escola, precisa ajudar os estudantes a construir o conhecimento relacionado às finanças de forma efetiva. Portanto, o trabalho desenvolvido deve ser feito usando todo material acessível e de forma que o estudante sinta que, os conteúdos estão presentes no seu cotidiano. Pensando nessa forma de ensino e aprendizagem que nos capítulos 3, 4 e 5 será feito uma abordagem de algumas operações da Matemática Financeira do Ensino Médio, relacionando-as com o contexto da cafeicultura da região pesquisada.

O capítulo três enfoca a porcentagem como sendo requisito básico para aprendizagem da Matemática Financeira, os cálculos sobre acréscimos e descontos e por último o lucro e prejuízo.

No capítulo seguinte tem-se as operações envolvendo os juros: juros simples, juros compostos, uma conexão entre juros e funções e o valor do dinheiro com o tempo.

O capítulo cinco trata das séries uniformes e dos sistemas de amortizações mais usados atualmente.

# Capítulo 3

## Cálculos com porcentagens

Neste capítulo será abordado as porcentagens e seus principais cálculos: cálculo mental com as porcentagens, o que é taxa de porcentagem. Será abordado também sobre acréscimos e descontos, lucro e prejuízo.

### 3.1 Porcentagem

O estudo das operações financeiras parte do conhecimento da porcentagem: saber o conceito e os diferentes cálculos que são usados. O cálculo com porcentagem está amplamente presente no cotidiano das pessoas. Por isso, é fundamental o desenvolvimento de habilidades com o cálculo das porcentagens, que permitam ao indivíduo maior autonomia ao fazer uma compra, na escolha da forma de pagamento ou, ainda, na escolha de como investir o seu dinheiro. O conceito de porcentagem é usado para representar valores relacionados a cem (100). Pode-se indicar uma porcentagem como razão percentual, índice ou taxa percentual. O símbolo % deve ser acrescentado depois dos números que representam uma fração de denominador 100.

**Exemplo 1.**

$$29\% = \frac{29}{100}$$

$$40\% = \frac{40}{100}$$

*Por ser uma fração centesimal, também pode ser representada por um número decimal,*

$$23\% = \frac{23}{100} = 0,23$$

$$17\% = \frac{17}{100} = 0,17$$

Algumas frações não centesimais podem ser escritas como porcentagem, basta determinar a fração equivalente com denominador 100.

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 20}{5 \times 20} = \frac{60}{100} = 60\%.$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} = 25\%$$

## Atividade Proposta

1-Complete a tabela representada pela Figura 3.1

<b>Porcentagem</b>	<b>10%</b>	<b>25%</b>	<b>50%</b>			<b>115%</b>
<b>Fração com denominador 100</b>	$\frac{10}{100}$					$\frac{100}{100}$
<b>Número decimal</b>	<b>0,1</b>			<b>0,08</b>		

Figura 3.1: Tabela com diferentes representações de algumas porcentagens

<b>Porcentagem</b>	10%	25%	50%	8%	100%	115%
<b>Fração com denominador 100</b>	$\frac{10}{100}$	$\frac{25}{100}$	$\frac{50}{100}$	$\frac{8}{100}$	$\frac{100}{100}$	$\frac{115}{100}$
<b>Número decimal</b>	0,1	0,25	0,5	0,08	1	1,15

Figura 3.2: Tabela com diferentes representações de algumas porcentagens

**Considerações:** para auxiliar no ensino aprendido do conceito de porcentagens pode ser utilizado atividades com tabelas como a Figura 3.3, bem como tecnologias disponíveis para os estudantes em laboratórios de informática, como a atividade "O jogo das frações"<sup>1</sup>

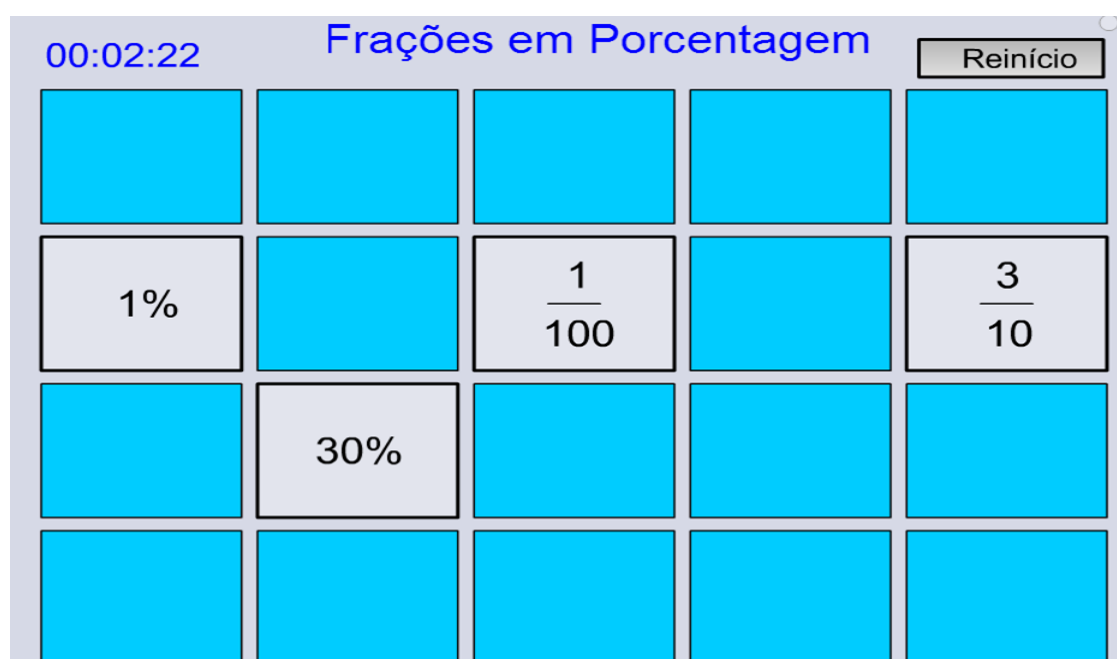


Figura 3.3: Exemplo de acesso feito em "O jogo das frações"

<sup>1</sup>Disponível em <http://objetoseducacionais2mec.gov.br/handle/mec/10468>. Acessado 29/10/2015.

A Figura 3.3 trata-se de um painel diferente a cada momento que é feito o reinício. O painel aparece coberto e ao clicar em cima de cada retângulo aparece uma fração ou uma porcentagem e imediatamente volta a fechar. Assim, o aluno vai memorizando e, quando clicar em cima da fração e da porcentagem correta, esses retângulos viram e permanecem virados. Após o aluno virar todo o painel, o professor pode pedir que faça *Print* da tela e daí trabalhar com esse resultado: listando as frações correspondentes a cada porcentagem, etc.

### 3.1.1 Cálculo mental com as porcentagens

Algumas porcentagens podem ser facilmente calculadas sem fazer uso de calculadoras ou cálculos escritos. O cálculo mental proporciona agilidade no momento das compras e facilita cálculos de descontos ou multas. Para calcular 50% de uma quantia, basta dividir a quantia por 2, pois

$$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

Assim para calcular 50% de 62, por exemplo, multiplica-se 62 por  $\frac{1}{2}$  que é o mesmo que dividir por 2.

$$62 \times \frac{1}{2} = \frac{62}{2} = 31$$

#### Atividades Propostas

1- Qual divisão que deve ser feita para calcular:

- a) 10% de uma quantia?
- b) 25% de uma quantia?
- c) 1% de uma quantia?
- d) 100% de uma quantia?

2- A partir das respostas do item anterior, pode-se calcular outras porcentagens fazendo cálculo mental, por exemplo, 5% é a metade de 10%. Logo 5% de uma quantia é a metade de 10% dessa quantia.

$$10\% \text{ de } 40 = 4$$

$$5\% \text{ de } 40 = 2$$

Com base nessa informação, calcule mentalmente as seguintes porcentagens e depois faça o registro desse cálculo.

- |              |              |                |
|--------------|--------------|----------------|
| a) 20% de 40 | c) 60% de 40 | e) 200% de 40. |
| b) 30% de 40 | d) 3% de 40  | f) 15% de 40.  |

### 3.1.2 O que é taxa de porcentagem?

O numerador de uma fração que tem como denominador 100 é chamado de taxa de porcentagem. Com a taxa de porcentagem que está sendo usada calcula-se multas, descontos, lucros, etc., aplicando uma determinada taxa a um certo valor.

**Exemplo 2.** Um produtor esqueceu de pagar a fatura de seu cartão de crédito no valor de R\$800,00 no dia do vencimento. No mês seguinte recebeu a cobrança de R\$104,00 referente à multa pelo atraso. A multa representa que porcentagem do valor da fatura?

### **Solução**

Para calcular a taxa de porcentagem( $P$ ) usaremos equação do 1º grau.

$$P800 = 104$$

$$P = \frac{104}{800} = 0,13$$

Logo 0,13 representa

$$\frac{13}{100} = 13\%$$

### **Atividades Propostas**

1-Você adquiriu uma moto esse ano no valor de R\$8 000,00. Sabendo que após 4 anos de uso essa moto tem preço de venda igual a R\$6 000,00, qual o percentual de desvalorização dessa moto?

2-No processo de torrefação cada saca de 60 Kg de café cru, em média, rende 48 kg de café torrado, significando uma quebra de quantos por cento?

Conhecendo a porcentagem e a respectiva taxa, também é possível calcular o número sobre o qual foi calculada essa porcentagem. Esse cálculo pode ser feito por meio de uma equação de 1º grau.

**Exemplo 3.** José já realizou a colheita de 180 sacas de café da sua lavoura. Sabendo que isso representa 90% de sua colheita total, qual é o número de sacas de café que José deve colher?

### **Solução**

Fazendo  $Y$  como o número de sacas de café que José deve colher temos:

$$\frac{90}{100}Y = 180$$

$$Y = 180 \times \frac{100}{90}$$

$$Y = 200$$

Assim José deve colher 200 sacas de café no total.

**Considerações:** o uso da calculadora também é valioso quando se estuda Matemática Financeira, pois essa ferramenta é usada amplamente na vida cotidiana e no mercado. Portanto, é importante que o trabalho feito pela escola proporcione o aprendizado com os recursos de uma calculadora, até mesmo as do tipo mais simples.

### **Atividades Propostas**

1-Carlos já aplicou 300 litros de uma solução de defensivo agrícola em sua lavoura. Se essa quantia representa 60% de toda solução que deve ser aplicada, qual é o total de litros dessa solução Carlos deve aplicar?

2- A Figura 3.4 é uma planilha que representa o orçamento doméstico (entradas e saídas de dinheiro) de uma determinada família.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	RESUMO DAS DESPESAS	JANEIRO	FEVEREIRO	MARÇO	ABRIL	MAIO	JUNHO	JULHO	AGOSTO	SETEMBRO	OUTUBRO	NOVEMBRO	DEZEMBRO	TOTAL
2	Carro	1500	200	150										1850
3	Alimentação	300	400	450										1150
4	Luz	80	85	90										255
5	Telefone e internet	120	130	125										375
6	Gás	50	30	40										120
7	Remédios, exames, médicos		50	100										150
8	Material escolar	359												359
9	Viagens	500		200										700
10	Lazer	250	300	100										650
11	Consertos e manutenções		500	400										900
12	Impostos	400												400
13	Material de limpeza	100	30	50										180
14	Vestuários		400	300										700
15	Dentista	300		100										400
16	Outros		70	150										220
17	Total	3959	2195	2255										8409
18														
19														
20	RESUMO DAS ENTRADAS													
21	Salários	2500	2500	2500										7500
22	Vendas de produtos	1000	1200	100										2300
23	Outros		150	50										200
24	Total	3500	3850	2650										10000
25														

Figura 3.4: Orçamento doméstico fictício

a) Observando as entradas e saídas durante o mês de janeiro, podemos dizer que houve um percentual de gastos maior que a renda da família nesse mês. As despesas ultrapassaram a renda da família em, aproximadamente, quantos por cento?

b) Durante os meses de fevereiro e março, os gastos ultrapassaram a renda da família?

c) Imagine que essa família resolva fazer um fundo de reserva, ou seja, poupar parte de sua renda. Como pode ser feita essa reserva? Escolha uma das maneiras e justifique.

- Guardar o que sobra no mês.
- Decidir um valor a ser poupado todo mês e retirá-lo antes de começar a gastar.
- Essa família não deve poupar porque nem todo mês sobra dinheiro.

d) Como uma planilha de receitas e despesas pode ajudar na gestão do orçamento?

**Considerações:** o professor deve explorar bem a construção de planilhas de orçamento e ensinar como pode ser feito as somas e obtenção do total mês a mês, usando a ferramenta Excel ou Libre Office Calc (são programas que proporcionam a construção de planilhas com grande facilidade).

## 3.2 Acréscimos e Descontos

Saber efetuar cálculos envolvendo aumentos ou descontos é importante para solucionar problemas muito comuns do cotidiano, principalmente quando a finalidade é controlar esses aumentos e descontos no orçamento.

**Exemplo 4.** Uma determinada loja oferece desconto de 7% no preço do fertilizante que é vendido por R\$160,00 a embalagem com 50 kg. Se o cliente comprar uma embalagem desse fertilizante, quanto irá pagar após o desconto?

**Solução**



*Calculando o valor do desconto*

$$7\% \text{ de } 160 = 0,07 \times 160 = 11,2$$

*Calculando o valor a ser pago*

$$160 - 11,2 = 148,80$$

*O cliente irá pagar R\$148,80 após o desconto.*

**Considerações:** é importante que o professor nesse momento apresente outra forma de resolver esse problema levando os alunos a pensarem que se 160 representa 100%, logo após o desconto de 7% de desconto o valor a ser pago pelo cliente será

$$100\% - 7\% = 93\%$$

do total. Podendo, então, encontrar direto o valor total fazendo:

$$93\% \text{ de } 160 \implies \frac{93}{100} \times 160 = 148,80.$$

**Exemplo 5.** *A colheita de café de um determinado sítio no ano de 2014 foi 150 sacas. No ano de 2015 a colheita desse mesmo sítio aumentou 8%. Qual foi o número de sacas de café colhidos por esse sítio em 2015?*

### **Solução**

*Calculando o valor do aumento*

$$8\% \text{ de } 150 = 0,08 \times 150 = 12$$

*Calculando o total da colheita*

$$150 + 12 = 162$$

*Portanto, em 2015 a colheita foi de 162 sacas.*

**Considerações:** de modo análogo ao exemplo 4, o professor pode levar os alunos a encontrarem direto o total da colheita fazendo

$$100\% + 8\% = 108\%$$

Logo

$$108\% \text{ de } 150 = 1,08 \times 150 = 162$$

### **Atividades Propostas**

Um secador de café da marca Quentão é vendido à vista com 10% de desconto e aplica um acréscimo de 8% para pagamento a prazo. Sabendo que o secador tem preço anunciado na tabela de R\$50 000,00, responda:

- Qual é o preço à vista?
- Qual o preço desse produto para pagamento a prazo?

### 3.3 Lucro e Prejuízo

O lucro é um ganho ou vantagem proveniente de qualquer especulação após descontos e despesas, ou seja, é um ganho líquido. Prejuízo é a diminuição, o dano ou a perda na quantidade de algum valor.

**Exemplo 6.** *Um produtor pretende lucrar 30% na venda de uma saca de 60 kg de café que lhe custa R\$310,00. Por quanto esse produtor deve vendê-la?*

#### **Solução**

*Calculando o valor do lucro desejado.*

$$30\% \text{ de } 310 \implies \frac{30}{100} \times 310 = 93$$

*Calculando o valor da venda*

$$310 + 93 = 403$$

*Para lucrar 30% o produtor deve vender a saca de café por R\$403,00.*

**Considerações:** é importante que os alunos percebam que podem calcular direto o valor da venda quando se pretende lucrar os 30%, fazendo:

Preço de venda = preço de custo + lucro

$$\begin{array}{ccc} & \uparrow & \uparrow \\ & 100\% & 30\% \end{array}$$

O preço de venda será 130% do preço de custo, logo

$$130\% \text{ de } 310 \implies \frac{130}{100} \times 310 = 403$$

**Exemplo 7.** *Uma agricultora comprou um pulverizador costal agrícola (elétrico) por R\$950,00 e vendeu esse pulverizador com um prejuízo de 17%. Por quanto foi vendido esse pulverizador?*

#### **Solução**

*Calculando o prejuízo*

$$17\% \text{ de } 950 \implies 0,17 \times 950 = 161,50$$

*Calculando o preço de venda do pulverizador*

$$950 - 161,50 = 788,50$$

**Considerações:** da mesma forma é importante que os alunos percebam que podem calcular direto o preço de venda fazendo

Preço de venda = preço de compra - prejuízo

$$\begin{array}{ccc} & \uparrow & \uparrow \\ & 100\% & 17\% \end{array}$$

O preço de venda representa 83% do preço de compra

$$0,83 \times 950 = 788,50$$

### Atividades Propostas

1-Se eu comprei um pulverizador costal(manual) por R\$250,00 e o revendi por R\$200,00, eu obtive um lucro ou um prejuízo? Qual a taxa percentual de lucro ou de prejuízo obtida?

2-Um determinado banco tem como base de cálculo para financiamento de custos de produção, a Figura<sup>2</sup> 3.5 (para cultivo de café em 26,55 ha)

<b>TRATOS CULTURAIS</b>	Fertilizantes químicos	R\$ 53 264,07
	Adjuvante	R\$ 79,65
	Corretivo	R\$ 2 256,75
	Herbicida	R\$ 3 451,50
	Fungicida/bactericida	R\$ 854,91
	Adubação foliar	R\$ 3 576,81
	Adubação química e manutenção	R\$ 3 576,81
	Aplicação de calcário, fungicida, herbicida e inseticida/acaricida.	R\$ 4 471,01
	Capina manual	R\$ 6 259,42
	Inseticida/acaricida/nematicida	R\$ 854,91
	Total	R\$ 78 645,84
<b>COLHEITA</b>	Arruação	R\$ 4 471,02
	Secagem no terreiro	R\$ 3 039,44
	Colheita manual	R\$ 75 986,10
	Transporte interno da produção	R\$ 5 065,74
	Total	R\$ 88 562,30

Figura 3.5: Cédula Rural Pignoratícia (título de crédito)

Se o produtor dessa área colhe, em média, 350 sacas de 60kg de café por ano, responda:

- Qual é o seu lucro, se vender cada saca de 60kg de café por R\$450,00?
- Esse lucro representa, aproximadamente, que percentual da renda bruta?
- Se o produtor conseguir economizar 10% nos gastos com a colheita e vender cada saca de 60kg por R\$450,00, aumentará em quanto o seu lucro?
- Caso esse produtor queira lucrar aproximadamente R\$60 000,00 nessa colheita, por quanto ele deve vender cada saca de 60kg de café?
- Você consegue identificar algumas formas para economizar nesses gastos? Como?
- Quais as vantagens para o produtor em anotar, numa planilha, os seus gastos com o cultivo do café?

<sup>2</sup>Fonte: adaptação de uma cedula rural pignoratícia(título de crédito) do ano de 2014- Acervo Pessoal

3-Uma lavoura de café, em um determinado sítio, rende uma colheita de 250 sacas de 60kg de café, em média, por ano. Esse ano devido a grande estiagem estima-se que a colheita deve ser de 200 sacas.

a) A queda na produção foi de quantos por cento?

b) Esse produtor esperava arrecadar com a venda da colheita um total de R\$104 000,00, vendendo cada saca de 60kg a R\$416,00. Para que continue arrecadando esse valor, por quanto deve ser vendida cada saca de café?

**Considerações:** é muito comum o jovem não saber ou não querer discutir com seus responsáveis sobre a renda familiar, renda líquida e renda bruta da família. Por isso é de fundamental importância que o trabalho da escola leve os estudantes a pensarem criticamente sobre os gastos e sobre a renda da família.

Alguns questionamentos devem ser trabalhados:

- Em caso de queda na renda, o que pode ser feito por todos para que não seja necessário contrair uma dívida?
- O que pode ser feito antes para que, em casos como o acontecido no questionamento de número 2, não desestabilize as contas da família?
- É possível que o agricultor tenha um fundo de emergência, ou seja, guarde parte de sua renda para tempos difíceis e como pode ser feito esse fundo de emergência?

Levar o estudante a entender que o dinheiro a ser poupado deve ser encarado como uma conta a pagar todo mês ou ano, antes de começar a gastar.

No questionamento de número 3, o professor deve promover uma discussão que leve o aluno a fazer os cálculos aproximados do lucro desejável. Esse tipo de cálculo pode indicar ao agricultor que uma venda antecipada de sua colheita pode ser vantajosa, desde que ele encontre o preço no mercado que garanta o lucro esperado.

# Capítulo 4

## Operações envolvendo juros

Neste capítulo será abordado algumas operações envolvendo juros: juros simples, juros compostos, uma conexão entre juros e funções, o dinheiro no tempo. Será abordado ainda as taxas percentuais como: taxa proporcional, taxa equivalente, taxa nominal, taxa efetiva e taxa real.

### 4.1 Juros

Uma das operações básicas da Matemática Financeira é a operação de empréstimos. Por exemplo, alguém tem um certo capital e empresta a outra pessoa por um tempo determinado e, depois desse tempo passado, a pessoa que pegou emprestado paga uma quantia a mais, pelo aluguel desse dinheiro.

$$\begin{array}{ccccc} \text{R\$ } 200,00 & \implies & 2 \text{ meses} & \implies & \text{R\$ } 240,00 \\ \downarrow & & & & \downarrow \end{array}$$

Principal  $P$ (capital investido)      Montante  $M$ (principal acrescido de juros)

$$\text{Juro}(J) = \text{Montante Menos Principal}$$

$$J = 240 - 200$$

$$J = 40$$

A taxa  $i$  (juros) é definida por:

$$i = \frac{\text{Juro}}{\text{Principal}}$$

$$i = \frac{J}{P}$$

$$i = \frac{40}{200} = \frac{20}{100} = 20\%$$

A maneira como o cálculo dos juros é efetuada define o regime dos juros. Podem ser dois regimes de capitalização: Juros Simples ou Juros Compostos.

### 4.1.1 Juros Simples

Os juros simples, a cada período são calculados sempre sobre o mesmo valor inicial, ou seja, os juros incidem sempre sobre o valor principal.

**Exemplo 8.** Um produtor busca um empréstimo em dinheiro (C) R\$10 000,00 a juros de 2,5% ao ano, com PRONAF, em regime de juros simples (J).

1. Calcular os juros pagos em um ano.
2. Supondo que esse produtor pague o empréstimo após cada ano e imediatamente, faça novamente outro empréstimo no mesmo valor de R\$10 000,00, isso durante três anos, calcule os juros pagos nesse período.

#### **Solução**

Calculando o juro de cada ano. Sabendo que 2,5% é o mesmo que 0,025, temos:

$$J_0 = 0$$

$$J_1 = 10000 \times (0,025) \times 1 = 250$$

$$J_2 = 10000 \times (0,025) \times 2 = 500$$

$$J_3 = 10000 \times (0,025) \times 3 = 750$$

**Considerações:** nesse momento o professor pode pedir para que os alunos façam a generalização do cálculo de juros simples. É esperado que eles cheguem na expressão

$$\mathbf{J = C.i.t}$$

com t representando o tempo em ano(nesse caso).

Calculando o montante (M), ou seja, o capital mais os juros, em cada ano:

$$M_0 = 10000$$

$$M_1 = 10000 + 10000 \times (0,025) \times 1 = 10250$$

$$M_2 = 10000 + 10000 \times (0,025) \times 2 = 10500$$

$$M_3 = 10000 + 10000 \times (0,025) \times 3 = 10750$$

O professor pode pedir também para que os alunos façam a generalização do cálculo do montante. É esperado que eles cheguem na expressão

$$\mathbf{M = C + C.i.t}$$

Tempo(t) (ano)	Juros(j)	Montante(M) (R\$)
00	00	10000
01	250	10250
02	500	10500
03	750	10750

Figura 4.1: Demonstrativo dos juros simples e o montante em intervalo de 3 anos

Após os cálculos, a solução pode ser organizada em uma tabela simples como a tabela da Figura 4.1 ou em uma tabela no Excel explorando bem as possibilidades que esse programa proporciona.

### Atividades Propostas

1-Sua família esqueceu de pagar um boleto referente a compra de um defensivo agrícola e vocês notaram que já se passaram 20 dias do vencimento. A conta era no valor de R\$2 200,00. Quanto vocês devem pagar, se a taxa de juros de mora é de 0,04% ao dia, mais multa de 2% sobre o valor da conta?

**Considerações:** quando se trabalha juros simples na escola, o professor e os livros didáticos, normalmente frisam que este quase não é usado no cotidiano, no entanto, esquecem de mencionar exemplos de situações como o atraso de um pagamento. Esses atrasos quase sempre são calculados usando juros simples. Nessa atividade proposta, o aluno deve compreender que os juros de mora são juros simples, pois os juros de cada período(dia) são calculados sempre sobre o mesmo Principal que é R\$2 200,00.

2- Um agricultor de café adquiriu, no dia 25 de abril de 2015, uma compra de peças para manutenção de um secador de café, que à vista, custava R\$650,00. Como não tinha todo o dinheiro, esse agricultor pagou R\$200,00 de entrada e assumiu o compromisso de pagar mais uma parcela de R\$540,00, através de um boleto bancário, com vencimento 60 dias após a compra.

Responda:

- Qual a taxa mensal de juros simples cobrados no financiamento?
- Após quanto tempo da compra deveria vencer a parcela de R\$540,00 para que a taxa de juros simples do financiamento fosse de 2,5% ao mês?
- A loja descontou o título no Banco à taxa de 3,5% a.m. no regime de juros simples, 35 dias antes do vencimento. Qual foi o valor do desconto e qual o valor líquido creditado na conta da loja?
- Supondo que esse produtor não conseguiu cumprir seu compromisso e no título estava escrito a instrução bancária *Após o vencimento juros de mora de 3% ao mês e multa de 0,5% sobre o valor nominal do título*. Determine o valor pago por esse produtor pelo boleto bancário, se a dívida foi quitada dia 07 de julho de 2015, com o regime de juros simples.

### 4.1.2 Juros Compostos

Os juros gerados em cada período são incorporados ao valor presente para o cálculo dos juros do período seguinte. De acordo com Alexandre Assaf Neto [17],

*O regime de juros compostos considera que os juros formados em cada período são acrescidos ao capital formando o montante (capital mais*

*juros) do período. Esse montante, por sua vez, passará a render juros no período seguinte formando um novo montante e assim por diante (2012, p. 18)*

**Exemplo 9.** *Um dinheiro(C) R\$500,00 emprestado a juros de 2% ao mês, em regime de juros compostos(J). Calcular os juros a cada mês e o montante durante três meses.*

### **Solução**

*Nesse caso vamos calcular o montante primeiro e depois o juro de cada mês*

$$M_0 = 500$$

$$\begin{aligned}M_1 &= 500 + 500 \times 2\% \\ &= 500 (1 + 2\%) \\ &= 500 \times 1,02^1 \\ &= 510\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}M_2 &= 500 + 500 \times 2\% + 500 \times 2\% \times 2\% \\ &= 500 \times 1,02 + 500 \times 1,02 \times 2\% \\ &= 500 \times 1,02 (1 + 2\%) \\ &= 500 \times 1,02 \times 1,02 \\ &= 500 \times 1,02^2 \\ &= 520,20\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}M_3 &= 500 \times 1,02^3 \\ &= 530,60\end{aligned}$$

**Considerações:** o professor deve deixar que os alunos façam a generalização do cálculo do montante nos juros compostos. Espera-se que cheguem na fórmula:

$$M = C.(1 + i)^t$$

Agora vamos ao cálculo dos juros fazendo montante menos o capital do período anterior

$$J = M - C$$

$$J_0 = 0$$

$$J_1 = 510 - 500 = 10$$

$$J_2 = 520,2 - 510 = 10,2$$



$$J_3 = 530,6 - 520,2 = 10,40$$

Após os cálculos a solução pode ser organizada em uma tabela simples como a figura Tabela 4.2 ou em uma tabela no Excel explorando bem as possibilidades que esse programa proporciona, como os cálculos que podem ser feitos para obtenção dos resultados dos juros e do montante.

Tempo(t) (mês)	Juros(J)	Montante(M) (R\$)
0	0	500
1	10	510
2	10,20	520,20
3	10,40	530,60

Figura 4.2: Tabela 6: Demonstrativo dos juros compostos e o montante em intervalo de 3 meses

### Atividades Propostas

1. Sua família deseja viajar para o litoral do Espírito Santo no final do ano e para que seja possível essa viagem é necessário depositar na poupança mensalmente R\$100,00 durante 12 meses. Sabendo que o rendimento esperado pela aplicação é em torno de 0,8% a.m, complete a Tabela 4.3 e em seguida responda:

- Qual o total acumulado nesse período?
- É importante que se faça o planejamento de uma viagem? Cite algumas vantagens.
- Você consegue ajudar seus pais a gastar menos e poupar mais? Dê exemplos.

Mês	Operação(R\$)	Montante(R\$)
0	100,00	100,00
1	$100 + 100 \times 1,008 = 100 \times (1 + 1,008)$	200,8
2	$100 + [100 \times (1 + 1,008)] \times 1,008 = 100 \times (1 + 1,008 + 1,008^2)$	
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Figura 4.3: Aplicações mensais na poupança de R\$100,00 durante 12 meses

**Considerações:** os adolescentes e os jovens tem dificuldades em pensar ou planejar algo para daqui a muitos anos, mas o professor deve ajudá-los a pensar e planejar em um tempo menor. Trabalhando, por exemplo, com atividades semelhantes a essa em que o aluno faça seu planejamento. Use os espaços representados na Figura 4.4 e escreva o que deseja obter em

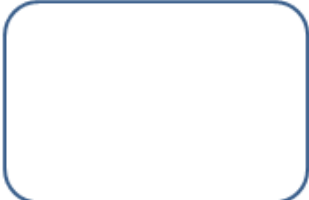
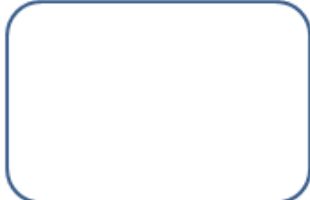
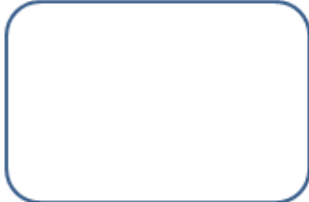
<b>12 meses</b>	<b>24 meses</b>	<b>36 meses</b>
		

Figura 4.4: Espaços para planejamento do estudante

Em seguida, peça para que façam um levantamento dos preços dos produtos que desejam adquirir em cada tempo e por último peça para calcularem o que será necessário poupar por mês para obterem o dinheiro necessário. Essa atividade ajuda o estudante a pensar em poupar, em planejamento, em abrir mão de algum gasto atual para obterem mais tarde um bem ou serviço que tanto desejam.

2- Imagine que você fará uma aplicação de R\$200,00 todo mês a juros compostos de 1% a.m. e responda:

- a) Qual será a quantia acumulada ao final de um ano?
- b) Qual será o valor acumulado ao final de 10 anos (120 meses)?
- c) Para acumular R\$15 000,00 serão necessários, quantos anos (fazendo a mesma aplicação todo mês)?

Observação: use as planilhas do Excel para realizar essa atividade

**Considerações:** o professor deve usar as planilhas do Excel ou outro programa similar para mostrar para os alunos que cálculos como esses podem ser feitos facilmente com essa ferramenta. Nesse trabalho não será mostrado os caminhos a serem feitos na elaboração de uma planilha como essa usando o Excel, pois o professor pode recorrer à internet e encontrará tutoriais com todas as explicações.

### 4.1.3 Uma conexão: Juros e Funções

O professor pode utilizar o trabalho feito com as funções para introduzir os cálculos de juros simples e juros compostos. No sistema de juros simples, os juros são obtidos em função do tempo de aplicação, por meio da equação  $J=C.i.t$ . Essa função tem uma equação do tipo da **Função Linear**  $f(x)=a.x$ .

**Exemplo 10.** *Suponha que um capital de R\$400,00 seja aplicado à taxa de 20% ao ano. Os juros serão obtidos em função do tempo.*

$$J = 400.(0,2).t$$

$$J = 80.t$$

Fazendo o gráfico da função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $f(t) = 80.t$ , temos a Tabela e o Gráfico da Figura 4.5

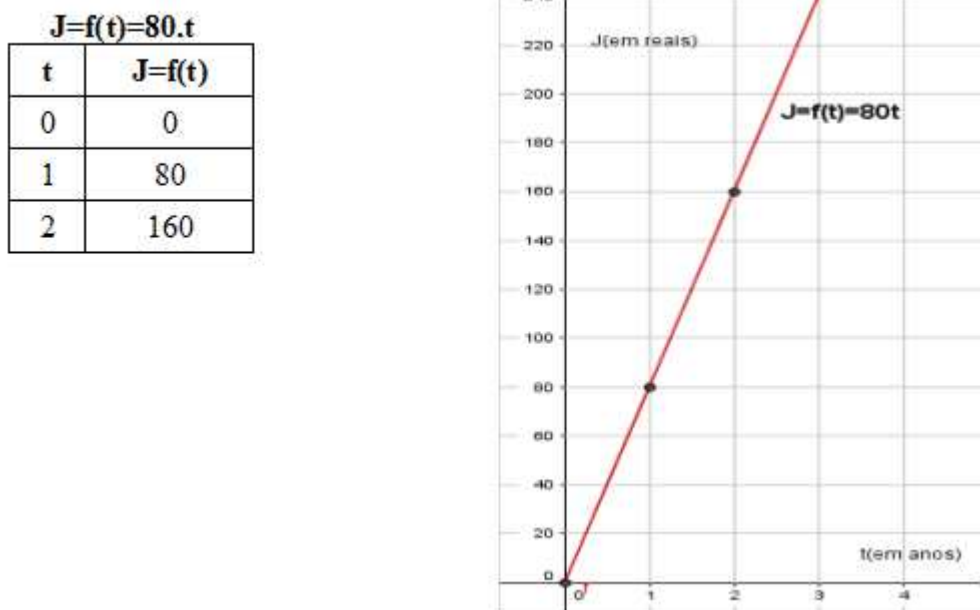


Figura 4.5: Tabela e Gráfico da função  $f$

No sistema de juros simples, ainda há o montante que é obtido em função do tempo. A equação dessa função é  $M = C + J$ , ou  $M = C + C.i.t$  (já visto) que é do tipo da **Função Afim**  $g(x) = ax + b$ .

**Exemplo 11.** Ainda trabalhando com o capital de R\$400,00 aplicado à taxa de 20%. O montante é obtido em função do tempo. Logo,  $M = 80t + 400$

Fazendo o gráfico da função  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $g(t) = 80.t + 400$   $M = g(t) = 80.t + 400$ , temos a Tabela e o Gráfico da Figura 4.6

### Atividades Propostas

1- Escreva a função que representa o valor a ser pago após um desconto de 5% sobre o valor  $x$  de uma mercadoria.

2- Em um boleto bancário, referente a uma compra de insumos, no valor de R\$500,00, é cobrado no caso de pagamento em atraso, multa de R\$20,00 mais 30 centavos por dia de atraso.

a) Escreva a função que oferece o valor  $P(x)$ , em reais, do boleto a ser pago, sendo  $x$  o número de dias em atraso.

b) Construa o gráfico que representa os valores  $P(x)$  do boleto no intervalo de 15 dias de atraso.

$$M=g(t)=80.t + 400$$

t	M=g(x)
0	4000
1	480
2	560

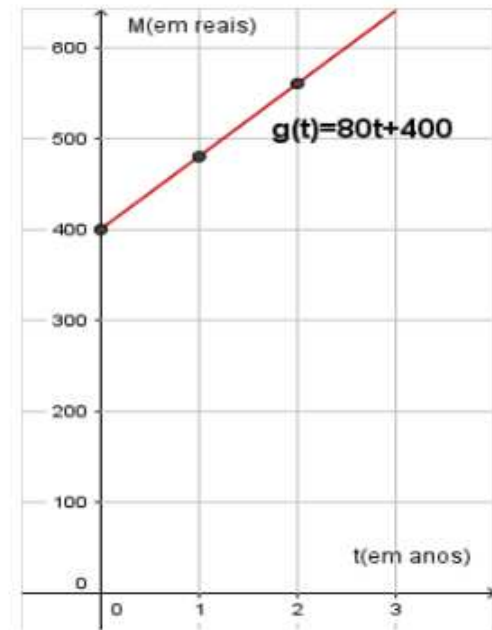


Figura 4.6: Tabela e Gráfico da função  $g$

c) Normalmente, nesse tipo de boleto, vem escrito que após um determinado tempo, por exemplo, após um mês de atraso, o banco não está autorizado a receber. O que você entende sobre essa não autorização após um determinado tempo?

No sistema de juros compostos, o montante é obtido em função do tempo por meio da equação  $M = C(1+i)^t$  que envolve uma variação do tipo **Exponencial**  $h(x) = a.b^t$ . Como mostra a Figura 4.7

$$M=h(t)=400 \cdot (1,2)^t$$

t	M=h(t)
0	400
1	480
2	576
3	691,2

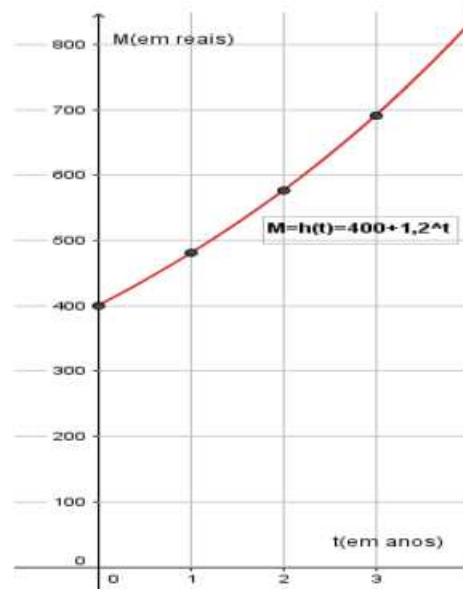


Figura 4.7: Tabela e Gráfico da função  $h$

### Atividade proposta

1- Um agricultor deposita anualmente R\$3 000,00 em um fundo de investimento de seu banco.

a) Qual será o saldo (montante) daqui a 5 anos, sabendo-se que o banco paga juros de 8% a.a. para este tipo de conta?

b) Construa o gráfico que mostra a variação do montante em função do tempo (em anos), usando o intervalo de 5 anos.

#### 4.1.4 Juros Simples ou Juros Compostos: o que é mais vantajoso para o credor?

Para responder à pergunta, será usado um exemplo de um investimento de R\$10.000,00 que foi feito em um banco que adota taxa de 10% ao mês. Conforme os regimes a serem adotados, juros simples ou juros compostos, têm-se os seguintes montantes ao longo de um determinado período, representados pela Figura 4.8

Regime	15 dias	1 mês	40 dias	2 meses	3 meses
Simple	R\$10500,00	R\$11000,00	R\$11333,00	R\$12000,00	R\$13000,00
Composto	R\$10488,09	R\$11000,00	R\$11355,08	R\$12100,00	R\$13310,00

Figura 4.8: Demonstrativo de variação entre rendimentos de um capital aplicado a juros simples e composto

Nota-se que antes de um mês de capitalização, o juro simples é mais vantajoso e ao final de um mês se tornam iguais. Mas, a partir do primeiro mês, o juro composto se torna mais atrativo, ou seja, mais vantajoso.

Analisando graficamente, a capitalização simples se comporta linearmente com o passar do tempo, enquanto que a capitalização composta tem um comportamento semelhante a uma função do tipo exponencial. Como pode ser visto na Figura 4.9.

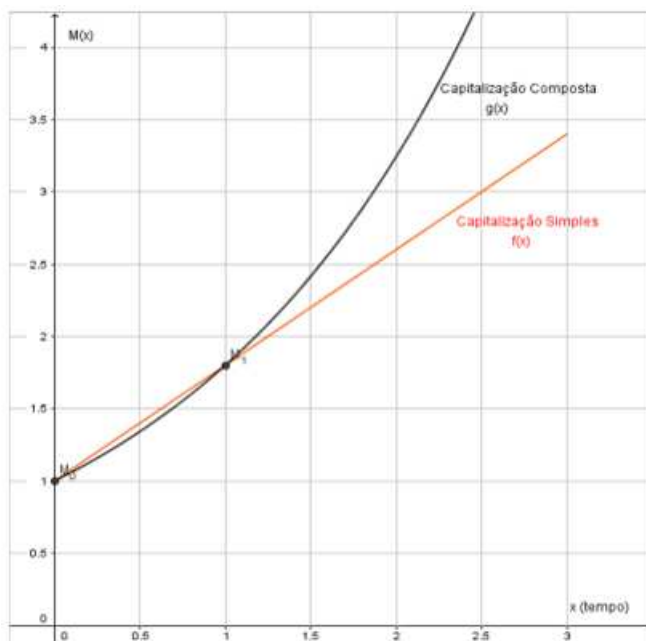


Figura 4.9: A capitalização simples e a capitalização composta com o passar do tempo

De fato, para qualquer  $x = [0, 1]$  temos  $f(x) > g(x)$ , como

$$f(x) = M_0(1 + i \cdot x)$$

e

$$g(x) = M_0(1 + i)^x,$$

obtemos

$$(1 + i \cdot x) > (1 + i)^x.$$

Para tempo igual a 1,  $x = 1$  temos

$$f(1) = M_0(1 + i)1$$

e

$$g(1) = M_0(1 + i)^1.$$

Logo

$$f(1) = g(1).$$

Sendo  $x \in ]1; +\infty[$  temos  $f(x) < g(x)$ , pois

$$f(x) = M_0(1 + i)$$

e

$$g(x) = M_0(1 + i)^x,$$

assim

$$(1 + i) < (1 + i)^x.$$

### Atividades Propostas

Para que fique bem consolidado o conhecimento de juros simples e composto o professor pode levar os estudantes a um laboratório de informática e trabalhar com o jogo "Trilha da Economia"<sup>1</sup>, como mostra as Figuras 4.10, 4.11, 4.12 e 4.13



Figura 4.10: jogo *Trilha da Economia*

<sup>1</sup>Disponível em [http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica\\_virtual/jogo\\_matematica\\_financeira/objeto/index.html](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica_virtual/jogo_matematica_financeira/objeto/index.html). Acesso 20/10/2015.

?

**Você sabe porque os juros existem?  
Por que temos que pagar juros?**

**Em que atividades econômicas utilizamos o juro composto?**

A maioria das operações envolvendo dinheiro utiliza juros compostos. Estão incluídas: compras a médio e longo prazo, empréstimos bancários, compras com cartão de crédito, aplicações financeiras como Caderneta de Poupança e aplicações em fundos de renda fixa, etc. Dificilmente encontramos uso para o regime de juros simples: é o caso das operações de curtíssimo prazo, e do processo de desconto simples de duplicatas.

Voltar \$
\$ Avançar

Figura 4.11: Exemplo de acesso feito em jogo *Trilha da Economia*

?

Supondo que você tem R\$ 3400,00 e aplica esse dinheiro em uma caderneta de poupança que trabalha com juro composto de

**Descubra qual será o montante no final de 4 meses, completando**

Sabendo que o Juro de cada período é calculado pela fórmula  $J=Cin$ , onde:  
**C=capital; n=tempo; i=taxa unitária(taxa percentual/100)**

tempo	Capital R\$	Juros R\$	Montante R\$
1	3400,00	136,00	3536,00
2	3536,00	141,44	3677,44
3			
4			

✓

Você deve ter observado que no sistema de juros compostos, deve-se calcular os juros no fim de cada período, formando um montante ( $M = J + C$ ) sobre o qual calculam-se os juros do período seguinte, até esgotar o tempo de aplicação (é o que se chama de "juro sobre juro").

Além disso, é possível perceber que esse processo usado na resolução (cálculo mês a mês) do juro composto não é conveniente para um prazo longo. Veja na tela seguinte um processo mais prático de resolução.


  
Voltar \$
\$ Avançar

Figura 4.12: Exemplo de acesso feito em jogo *Trilha da Economia*

Supondo que você tem R\$ 3400,00 e aplica esse dinheiro em uma caderneta de poupança que trabalha com juro composto de

**Descubra qual será o montante no final de 4 meses, completando**

Sabendo que o Juro de cada período é calculado pela fórmula  $J=Cin$ , onde:  
**C=capital; n=tempo; i=taxa unitária(taxa percentual/100)**

tempo	Capital R\$	Juros R\$	Montante R\$
1	3400,00	136,00	3536,00
2	3536,00	141,44	3677,44
3	3677,44	147,09	3824,54
4	3824,54	152,98	3977,52

Você deve ter observado que no sistema de juros compostos, deve-se calcular os juros no fim de cada período, formando um montante ( $M = J + C$ ) sobre o qual calculam-se os juros do período seguinte, até esgotar o tempo de aplicação (é o que se chama de "juro sobre juro").

Além disso, é possível perceber que esse processo usado na resolução (cálculo mês a mês) do juro composto não é conveniente para um prazo longo. Veja na tela seguinte um processo mais prático de resolução.

Volta \$ \$ Avança

Figura 4.13: Exemplo de acesso feito em jogo *Trilha da Economia*

Vamos então determinar um processo mais prático de resolução.

Período	Início	Juros	Montante no Fim do Período
1	C	iC	$M1 = C + iC = C(1+i)$
2	M1	iM1	$M2 = M1 + iM1 = M1(1+i) = C(1+i)(1+i)$ $M2 = C(1+i)^2$
3	M2	iM2	$M3 = M2 + iM2 = M2(1+i) = C(1+i)^2(1+i)$ $M3 = C(1+i)^3$
4	...	...	...

Então no fim de n períodos o montante será:  **$M = C(1+i)^n$**

Verifique como fica o exemplo anterior, que foi resolvido mês a mês, substituindo os valores, na equação acima. Lembre-se que:

**Capital (C) = R\$ 3400,00**  
**Tempo (n) = 4 meses**  
**Taxa (i) = 0,04 ou 4% ao mês**

Digite aqui o valor do montante no final do quarto mês (use vírgula).

Volta \$ \$ Avança

Figura 4.14: Exemplo de acesso feito em jogo *Trilha da Economia*



Agora vamos pensar na mesma situação:

Supondo que você tem R\$ 3400,00 e aplica esse dinheiro em uma caderneta de poupança onde o regime de juro utilizado é o de juros simples, de 4% ao mês, num período de 4 meses.

**Veja o que acontece:**

$$J = C \cdot i \cdot n$$

$$J = 3400,00 \cdot 0,04 \cdot 4$$

$$J = 544,00$$

portando no final de quatro meses o montante de um capital de R\$ 3400,00 aplicado a uma taxa de 4% ao mês, será:

$$M = C + J$$

$$M = 3400,00 + 544,00$$

$$M = 3944,00$$

O que gerou essa diferença?

← Voltar \$ \$ Avançar →

Figura 4.15: Exemplo de acesso feito em jogo *Trilha da Economia*

Agora que vocês já sabem o que é Juro composto, estão convidados a entrar na TRILHA DA ECONOMIA.

← Voltar \$ \$ Avançar →

Figura 4.16: Exemplo de acesso feito em jogo *Trilha da Economia*

**Ao entrar na TRILHA DA ECONOMIA, cada jogador recebe um capital equivalente a R\$ 35.000,00.**

**Ao percorrer as casas da trilha, você encontrará diversas situações referentes ao juro composto. Portanto preste atenção nestas situações e responda corretamente o que se pede.**

**No caso de acerto você ganha R\$ 1.000,00 e no caso de erro na sua resposta você perderá R\$ 2.000,00.**

**Vence quem percorrer toda a trilha da economia e sair com o maior montante.**

**JOGADOR 1**

Primeiro aluno a escolher:  
Digite seu nome:

Portanto agora escolha o seu marcador para isso basta clicar em cima do mesmo.

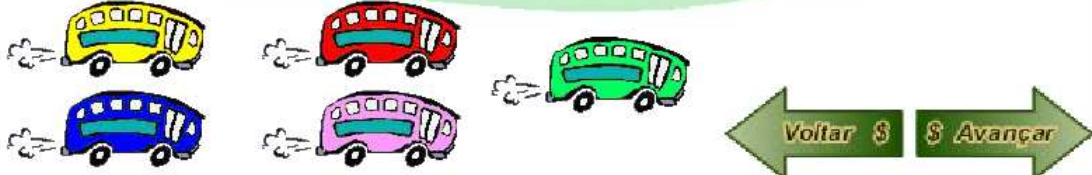


Figura 4.17: Exemplo de acesso feito em jogo *Trilha da Economia*

## 4.2 O valor do dinheiro varia com o tempo?

O valor de uma quantia depende da época em que ela está referida. Pensar que R\$230,00 tem valor maior que R\$200,00 pode ser um erro, isso será verdadeiro somente se tiver como referência a mesma época. Em épocas diferentes, até mesmo os R\$200,00 podem ser maiores do que R\$230,00. Segundo Luís Carlos Ewald [8],

*O valor de uma quantia de dinheiro será diferente de acordo com a data em que essa quantia estiver disponível para ser usada. Ao longo do tempo, essa quantia pode perder seu poder aquisitivo ou pode valer mais, se estiver aplicada numa taxa de juros qualquer (2008, p.65).*

### Atividades Propostas

1- Imagine que você pegou emprestado com seu amigo R\$100,00 em janeiro de 2015 e ficou combinado entre vocês que ao final de um ano, ou seja, em janeiro de 2016, você devolveria R\$130,00 ao seu amigo.

- Qual foi a taxa de juros cobrada no empréstimo?
- O valor de R\$100,00 é o mesmo que R\$130,00 em janeiro de 2016? Justifique.
- Após janeiro de 2016, nesse caso, R\$130,00 é o mesmo que R\$100,00 em 2015?

2-Sua família resolve comprar um computador para informatizar as atividades agrícolas e precisa de R\$2 000,00 no próximo ano para realizar essa compra. Sabendo que as taxas de juros são de 8% ao ano, responda:

- Quanto de dinheiro vocês deveriam alocar em alguma aplicação para poder pagar pela compra?
- Qual deve ser o preço do computador hoje?
- É mais vantajoso comprar o computador hoje por R\$1.860,00? Justifique.

3-Suponha que um agricultor receba uma oferta de R\$550,00 pela saca de 60kg de café para o pagamento ser feito com um ano de prazo. Sabendo que o valor atual da saca de 60kg do café é R\$480,00 e as taxas de juros do mercado é de 1% ao mês, é mais vantajoso vender agora com pagamento à vista ou vender para pagamento após um ano? Justifique.

**Considerações:** o professor deve trabalhar várias atividades semelhantes para o aluno perceber que andar com valores para um tempo futuro é o mesmo que multiplicar o valor presente por  $(1 + i)^n$  e que para voltar com um valor no tempo basta dividir por  $(1 + i)^n$ , com n representando o período.

## 4.3 Algumas taxas de juros

### 4.3.1 Taxas Proporcionais

Duas taxas são proporcionais quando seus valores e seus respectivos períodos de tempo, reduzidos a uma mesma unidade, forem proporcionais.

**Exemplo 12.** As taxas de 3% ao mês e 36% ao ano são proporcionais porque 3 é  $\frac{1}{12}$  de 36 da mesma forma que um mês é  $\frac{1}{12}$  de um ano.

Assim para calcular as taxas anuais de 7% e de 10% faz-se:

$$7\%a.m \text{ (ao mês)} \longrightarrow i = 7\%.12 = 84\%a.a \text{ (ao ano).}$$

$$10\%a.b \text{ (ao bimestre)} \longrightarrow i = 10\%.6 = 60\%a.a.$$

Para encontrar as taxas juro simples mensal, trimestral e anual, proporcionais a 3% a.d(ao dia) faz-se:

$$3\%a.d = 3\%.30 = 90\%a.m$$

$$3\%a.d = 3\%.90 = 270\%a.t \text{ (ao trimestre)}$$

$$3\%a.d = 3\%.360 = 1080\%a.a.$$

### Atividades Propostas

1-Determine a taxa mensal proporcional a 45% ao ano.

2- O produtor João fez um empréstimo de R\$5 000,00 pelo prazo de seis meses, pagando a taxa de juros simples 20% a.a e o produtor Pedro também fez um empréstimo, em outra instituição de R\$5.000,00, pelo prazo de seis meses, pagando a taxa de juros simples 5% a.t.

a) Qual o montante pago por João ao final de seis meses? E o montante pago por Pedro?

b) Quem fez um empréstimo mais vantajoso, considerando as taxas de juros pagas?

**Considerações:** é importante que o aluno perceba que, no regime de juros simples, as taxas proporcionais também são equivalentes.

### 4.3.2 Taxas Equivalentes

São aquelas que aplicadas a capitais iguais produzem juros iguais, montantes iguais, em diferentes períodos de capitalização . No regime de juros simples as taxas proporcionais são equivalentes. O mesmo não ocorre com os juros compostos. O conceito de taxas equivalentes está diretamente ligado ao regime de juros compostos.

Considere um capital P aplicado por um ano a uma taxa anual  $i_a$ , o montante  $M_1$  ao final desse período será  $M_1 = P(1 + i_a)$ .

Considere o mesmo capital P aplicado por 12 meses a uma taxa mensal  $i_p$ , o montante  $M_2$  será  $M_2 = P(1 + i_p)^{12}$  . Mas pela definição de taxas equivalentes o valor de  $M_1$  deve ser igual ao valor de  $M_2$ , logo temos  $P(1 + i_a) = P(1 + i_p)^{12}$

Assim a expressão matemática que fornece a taxa de juro equivalentes a um período é a seguinte:

$$(1 + i_a) = (1 + i_p)^n, \text{ com}$$

$i_a$ =taxa equivalente

$i_p$ =taxa do período dado

$n$ =número de períodos

**Exemplo 13.** Determine a taxa anual equivalente a 8% ao mês, no regime de juros compostos.

#### Solução

$$(1+0,08)^{12} = (1+i_a)$$

$$a_i = 2,51817-1$$

$$a_i = 1,51817$$

$$a_i = 151,817\%$$

**Exemplo 14.** *Um empréstimo feito com taxas de juros compostos de 69,58814% ao ano e outro empréstimo também com juros compostos com taxas 4,5% ao mês. Considerando que o capital em ambos é de R\$5 000,00, qual o valor a ser pago, em cada um dos empréstimos, ao final de dois anos?*

### **Solução**

$$S_1 = 5000(1 + 0,6958814)^2 = 14380,07$$

$$S_2 = 5000(1 + 0,045)^{24} = 14380,07$$

**Considerações:** espera-se que o aluno perceba que o regime de capitalização composta 69,58814%a.a e 4,5%a.m são taxas equivalentes.

### **Atividades Propostas**

1- Qual a taxa anual de juros de um financiamento que cobra juros compostos mensais de 4,5%?

2-Determine a taxa mensal equivalente a 0,2% ao dia.

### **4.3.3 Taxa Nominal**

A taxa nominal é aquela em que o período de formação e a incorporação dos juros ao capital não coincide com aquele período referido na taxa.

Alguns exemplos:

a) Uma taxa de 30% ao ano com capitalização mensal.

b) 3% ao bimestre com capitalização semestral.

c) 16% ao trimestre com capitalização bimestral.

### **4.3.4 Taxa Efetiva**

A taxa efetiva é aquela em que o período de formação e incorporação dos juros ao capital coincide com aquele período referido na taxa.

Alguns exemplos:

a) Uma taxa de 12% ao mês com capitalização mensal.

b) Uma taxa de 61% ao ano com capitalização anual.

c) Uma taxa de 0,8% ao trimestre com capitalização trimestral.

### **4.3.5 Taxa Real**

A taxa real é formada por meio da correção da taxa efetiva pelo índice inflacionário no período da operação, podendo até assumir valores negativos. A taxa real é aquela que expurga o efeito da inflação no período. Existe uma relação entre a taxa efetiva, a taxa real e o índice de inflação no período.

Considere um capital  $P$  aplicado por um período de tempo unitário, a uma taxa efetiva  $i_e$ , o montante  $M_1$  ao final do período será dado por  $M_1 = P(1 + i_e)$ . Considere agora, durante o mesmo período, que a taxa de inflação foi igual a  $I$ . O capital corrigido por esta taxa resulta em um montante  $M_2 = P(1 + I)$ .

A taxa real de juros  $r$ , será aquela que aplicada ao montante  $M_2$ , resultará no montante  $M_1$ . Logo, pode-se escrever que  $M_1 = M_2(1 + r)$ . Substituindo  $M_1$  e  $M_2$  em

$$M_1 = M_2(1 + r),$$

temos:

$$P(1 + i_e) = P(1 + I)(1 + r)$$

$$(1 + i_e) = (1 + I)(1 + r)$$

ou

$$1 + r = \frac{1 + i_e}{1 + I}$$

$$r = \frac{1 + i_e}{1 + I} - 1$$

**Exemplo 15.** Certo capital foi aplicado por um ano à taxa de juros 15,5% a.a. Se no mesmo período a inflação foi de 5%, qual foi a taxa real de juros ao ano dessa aplicação?

Taxa efetiva  $i_e$ ,  $\rightarrow$  15,5% a.a

Taxa de inflação  $I$   $\rightarrow$  5%

Taxa real  $r$   $\rightarrow$   $r = \frac{1+i_e}{1+I} - 1$

$$r = \frac{1 + 0,155}{1 + 0,05} - 1$$

$$r = \frac{1,155}{1,05} - 1$$

$$r = 1,1 - 1$$

$$r = 0,1 = 10\%$$

### Atividades Propostas

1-Um banco oferece taxas preestabelecidas e, ao realizar um empréstimo de R\$10 000,00 receberá, no prazo de um ano, o valor de R\$13 000,00. Considerando a inflação de 3% nesse período, determine a taxa real de juros cobrada pelo banco.

**Considerações:** o professor pode trabalhar nesse momento vantagens e desvantagens do cheque especial, levar os alunos a verificarem o ganho real dos bancos quando pega um dinheiro emprestado, por meio da caderneta de poupança, e quando presta dinheiro ao cliente por meio do cheque especial. Calculando a diferença entre o preço de compra (poupança) e o preço de venda (cheque especial), o aluno poderá ter uma ideia sobre os lucros de um banco. O texto "*Os juros do cheque especial*"<sup>2</sup>

<sup>2</sup>Disponível em <http://brasilecola.uol.com.br/matematica/os-juros-cheque-especial.htm>

pode ser muito útil nessa atividade.

2-A poupança rendeu 0,6% a.a e a inflação desse mesmo ano foi de 0,6%, aplicar o seu dinheiro na poupança nesse ano seria interessante? Explique com argumentos matemáticos.

**Considerações:** espera-se que o aluno use a relação  $(1 + i_e) = (1 + I)(1 + r)$  e mostre que o ganho real, ou seja, a taxa real foi igual a zero.

3- Imagine que você aplique seu dinheiro em um investimento que rende 0,8% ao ano. Sabendo que, nesse período, a inflação foi de 0%, qual a taxa real de juros que você recebe nesse período? Explique com argumentos matemáticos.

**Considerações:** espera-se que o aluno use a relação  $(1 + i_e) = (1 + I)(1 + r)$  e mostre que as taxas de juros efetivas e a taxa real são coincidentes.

4-Se o salário mínimo brasileiro aumentar de R\$788,00 para R\$854,00 e a inflação nesse período for de 9,32%, qual será o ganho real no aumento do salário mínimo?

# Capítulo 5

## Séries Uniformes e Amortizações

Neste capítulo será abordado séries uniformes e o cálculo de um valor futuro, o cálculo de um valor presente, perpetuidade e os sistemas de amortizações mais usados: sistema de amortização constante - SAC e o sistema francês de amortização - PRICE.

### 5.1 Série Uniforme

Séries uniformes são sequências de pagamentos ou recebimentos em datas futuras denominado Valor Futuro, ou o contrário, que seria o recebimento ou aplicação em data atual, Valor Presente. De acordo com o professor Elon Lages Lima [15], "*um conjunto de quantias, referidas a épocas diversas, é chamada de série, ou de anuidade ou, ainda, renda. Se esses pagamentos forem iguais e igualmente espaçados no tempo, a série é dita uniforme*"(2006, p.59).

#### 5.1.1 Cálculo de um Valor Futuro

**Exemplo 16.** Qual o montante acumulado (Valor Futuro), após 5 aplicações mensais e consecutivas de R\$100,00, aplicadas a uma taxa de 4% a.m? Representando essas aplicações temos o fluxo da Figura 5.1

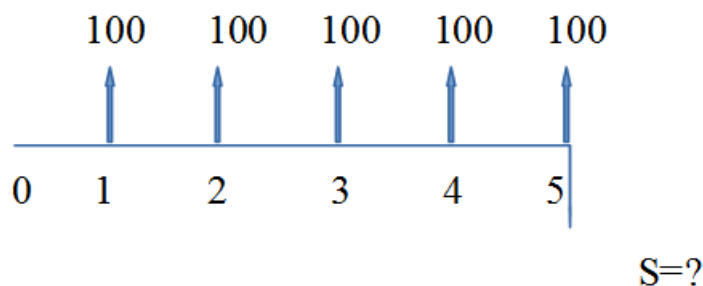


Figura 5.1: Fluxo de Valor Futuro

Calculando o montante de cada parcela aplicada ao final dos 5 meses.

$$S_1 = 100 \times (1,04)^4 = 100 \times 1,16986 = 116,98$$

$$S_2 = 100 \times (1,04)^3 = 100 \times 1,12486 = 112,49$$



$$S_3 = 100 \times (1,04)^2 = 100 \times 1,08160 = 108,16$$

$$S_4 = 100 \times (1,04)^1 = 100 \times 1,04000 = 104,00$$

$$S_5 = 100 \times (1,04)^0 = 100 \times 1 = 100,00$$

O Valor Futuro (VF)  $\longrightarrow$   $VF = S_r = 116,98 + 112,49 + 108,16 + 104,00 + 100,00 = 541,63$ .

**Considerações:** o professor deve usar esse exemplo para chegar a fórmula que é usada para encontrar o Valor Futuro de uma série uniforme, fazendo

$$VF = S_r = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5$$

Substituindo as parcelas tem-se

$$VF = S_r = 100 \times (1,04)^4 + 100 \times (1,04)^3 + 100 \times (1,04)^2 + 100 \times (1,04)^1 + 100 \times (1,04)^0$$

Colocando o fator 100 em evidência

$$VF = S_r = 100 \times \left[ (1,04)^4 + (1,04)^3 + (1,04)^2 + (1,04)^1 + (1,04)^0 \right]$$

A série entre colchetes representa a soma de uma progressão geométrica de razão 1,04. Logo para representar essa soma pode-se usar a fórmula

$$S = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Com  $a_1$  sendo o primeiro termo,  $q$  a razão,  $n$  o número de termos e  $S$  a soma dos termos.

$$S_1 = 100 \times \left[ (1,04)^0 \cdot \frac{1,04^5 - 1}{1,04 - 1} \right]$$

$$S_1 = 100 \times 5,41632256$$

$$S_1 = 541,63$$

Portanto, o valor futuro de uma série uniforme pode ser representado pelo fluxo de valor futuro da Figura 5.2

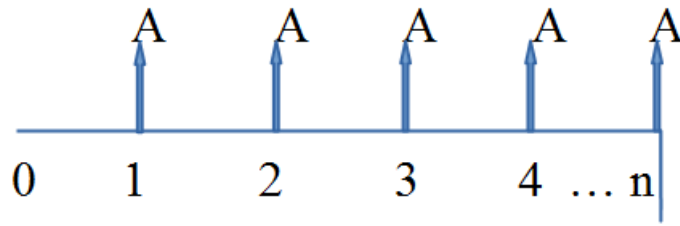


Figura 5.2: Fluxo de Valor Futuro

$$S = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$VF = S = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

### Atividades propostas

1- Sua família percebe que pode fazer uma aplicação bancária anual de R\$5 000,00 para uma remuneração de 8% a.a concedida pelo banco.

- a) Qual será o valor acumulado daqui a 5 anos?
- b) E se dobrarem o valor da aplicação anual, nessas mesmas condições, o que acontece com o montante acumulado?
- c) O valor acumulado é proporcional ao valor das parcelas anuais? Explique usando argumentos matemáticos.

2- Suponha agora que sua família planeja construir, daqui a dois anos, um ambiente para armazenagem do café colhido. Sabendo que o valor da construção será de R\$25 000,00, responda:

- a) Qual deve ser o valor a ser depositado trimestralmente numa conta a prazo fixo, que ofereça juros de 7,5% a.t, para acumular R\$25 000,00 em dois anos?
- b) E se quiserem obter R\$75 000,00 em dois anos, nessas mesmas condições, quanto devem depositar trimestralmente?

## 5.1.2 Cálculo de um Valor Presente

**Exemplo 17.** *Camila viu um anúncio de venda de um microondas com zero de entrada e 6 prestações de R\$30,00. Sendo a primeira prestação vencendo um mês após a data da compra. Quanto deveria custar esse fogão se comprado à vista, ou seja, qual o valor atual do fogão, sabendo que as taxas de juros aplicadas é de 5% ao mês, com o regime de capitalização composta?*

### Solução

Fazendo um fluxo de caixa tem-se a representação da Figura 5.3

Trazendo todas as prestações para a data zero, o valor presente da primeira prestação será:

$$30 = P_1(1 + 0,05)^1$$

$$P_1 = 30 \frac{1}{(1,05)^1} = \frac{30}{(1,05)^1} = 28,57$$

Fazendo o mesmo com as outras prestações tem-se

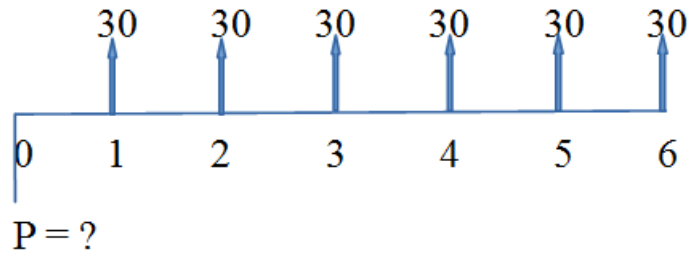


Figura 5.3: Fluxo de Valor Presente

$$P_2 = 30 \times \frac{1}{(1,05)^2} = 30 \times \frac{1}{(1,1025)} = 27,21$$

$$P_3 = 30 \times \frac{1}{(1,05)^3} = 30 \times \frac{1}{(1,1576)} = 25,92$$

$$P_4 = 30 \times \frac{1}{(1,05)^4} = 30 \times \frac{1}{(1,2155)} = 24,68$$

$$P_5 = 30 \times \frac{1}{(1,05)^5} = 30 \times \frac{1}{(1,2763)} = 23,51$$

$$P_6 = 30 \times \frac{1}{(1,05)^6} = 30 \times \frac{1}{(1,3400)} = 22,39$$

Somando  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$  e  $P_6$  encontra-se o preço à vista do microondas, ou seja, o valor presente (VP) do microondas.

$$VP = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = 152,28$$

**Considerações:** após a resolução desse exemplo, o professor deve desafiar os alunos, propondo a construção de uma fórmula que dê o Valor Presente de uma série uniforme. Deve ser dado um tempo para que os alunos tentem construir a fórmula. Após o tempo dado, o professor pode fazer o seguinte caminho:

se

$$VP = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6,$$

então

$$\begin{aligned} VP = 30 \times \frac{1}{(1,05)^1} + 30 \times \frac{1}{(1,05)^2} + 30 \times \frac{1}{(1,05)^3} + 30 \times \frac{1}{(1,05)^4} + \\ + 30 \times \frac{1}{(1,05)^5} + 30 \times \frac{1}{(1,05)^6} \end{aligned}$$

Colocando o fator 30 em evidência

$$VP = 30 \times \left[ \frac{1}{(1,05)^1} + \frac{1}{(1,05)^2} + \frac{1}{(1,05)^3} + \frac{1}{(1,05)^4} + \frac{1}{(1,05)^5} + \frac{1}{(1,05)^6} \right]$$

Como os termos que estão entre os colchetes é uma progressão geométrica de razão

$q = \frac{1}{(1,05)}$ , podemos usar a fórmula

$$S_n = a_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$VP = 30 \times \left[ \frac{1}{1,05} \times \frac{\left(\frac{1}{1,05}\right)^6 - 1}{\frac{1}{1,05} - 1} \right]$$

$$VP = 30 \times \left[ \frac{1}{1,05} \times \frac{(-0,253784)}{(-0,047619)} \right]$$

$$VP = 30 \times 5,0756848$$

$$VP = 152,28$$

Portanto, o Valor Presente (VP) de uma série uniforme pode ser representado pelo fluxo da Figura 5.4

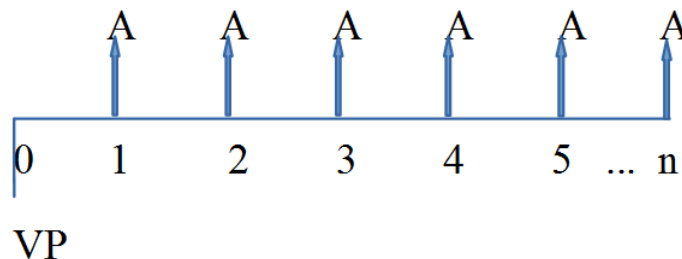


Figura 5.4: Fluxo de Valor Presente

$$VP = A \times \frac{1}{1+i} \times \frac{\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1}{\frac{1}{1+i} - 1}$$

$$VP = \frac{\frac{A}{1+i} \times \left[\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1\right]}{\frac{1}{1+i} - 1}$$

$$VP = \frac{\frac{A}{1+i} \times \left[\frac{1-(1+i)^n}{(1+i)^n}\right]}{\frac{1-(1+i)}{1+i}}$$

$$VP = A \times \frac{\frac{1-(1+i)^n}{(1+i)^n}}{i}$$

$$VP = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \times i}$$

### Atividades propostas

1- Um produto é comercializado em 5 prestações iguais de R\$150,00, sendo que as prestações começam a vencer após 5 meses depois do ato da compra. Qual deve ser o valor à vista desta mercadoria, sabendo que a taxa de juros praticada pela loja é de 3% ao mês?

2- Uma pessoa comprou mobílias para sua casa em 24 prestações mensais e iguais de R\$400,00, a uma taxa de juros de 3% a.m. Na data do pagamento da vigésima

primeira prestação, ela resolve quitar o financiamento, pagando as quatro prestações que faltam, ou seja, pagando as parcelas 21, 22, 23 e 24 juntas.

a) Se a pessoa antecipa o pagamento das prestações, ela tem direito à desconto?

b) Determine o valor a ser pago para a quitação das quatro parcelas, nas condições acima descritas.

3- Uma derriçadeira de café manual é vendida em 6 parcelas mensais de R\$200,00. Sabendo que os juros cobrados foram de 6% a.m, determine o valor à vista dessa derriçadeira.

4- Um trator é vendido por R\$80 000,00, dando de entrada R\$30 000,00. Determine a prestação anual para um financiamento do restante em 4 anos, à taxa de 5% a.a.

**Considerações:** na atividade 4 o professor deve mostrar que a mesma fórmula para os cálculos de Valor Presente pode ser usada para encontrar o valor das prestações.

## 5.2 Perpetuidade

Uma perpetuidade é um conjunto de pagamentos ou recebimentos que se repete indefinidamente em intervalos regulares.

**Exemplo 18.** *Supondo juros de 1% a.m., quanto você deve investir mensalmente, em um período de 10 anos, para obter, ao fim desse prazo, uma renda mensal de R\$500,00 durante 30 anos?*

### Solução

Representando a situação descrita temos o fluxo da Figura 5.5

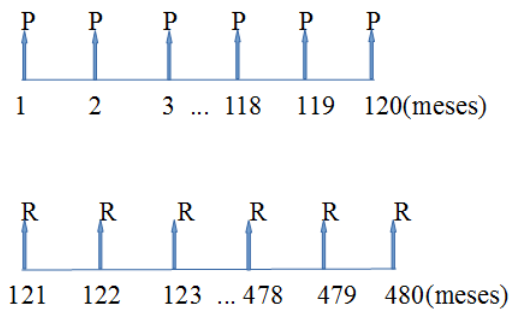


Figura 5.5: Fluxo de Perpetuidade

Se  $P$  o valor do investimento mensal durante 10 anos e  $R$  o valor das retiradas durante 30 anos, temos:

O valor presente ( $VP$ ) das aplicações feitas durante 120 meses

$$VP = P \times \frac{\left(\frac{1}{1+0,01}\right)^{120} - 1}{\left(\frac{1}{1+0,01}\right)^{120} \times 0,01}$$

$$VP = P \times \frac{\left(\frac{1}{1+0,01}\right)^{120} - 1}{\left(\frac{1}{1+0,01}\right)^{120} \times 0,01}$$

$$VP = P \times \frac{0,30038}{0,03300} = P \times 69,70848$$

O valor presente rendendo juros mensais de 1% durante 10 anos será:

$$P \times \frac{\left(\frac{1}{1+0,01}\right)^{120} - 1}{\left(\frac{1}{1+0,01}\right)^{120} \times 0,01} \times (1,01)^{120} = P \times 230,06495,$$

esse valor deve ser igual ao valor das retiradas após 10 anos.

$$P \times \frac{\left(\frac{1}{1+0,01}\right)^{120} - 1}{\left(\frac{1}{1+0,01}\right)^{120} \times 0,01} \times (1,01)^{120} = 500 \times \frac{\left(\frac{1}{1+0,01}\right)^{360} - 1}{\left(\frac{1}{1+0,01}\right)^{360} \times 0,01}$$

$$P \times 230,06495 = 500 \times \frac{\left(\frac{1}{1+0,01}\right)^{360} - 1}{\left(\frac{1}{1+0,01}\right)^{360} \times 0,01} = 500 \times 97,22006$$

$$P = \frac{48610,03}{230,06} = 211,29$$

### Atividades propostas

1- Qual deve ser o valor teórico (aproximado) de um sítio todo cultivado com café que rende mensalmente R\$1 000,00, considerando a taxa de juros de mercado de 1,5% a.m.

2-Um agricultor resolve fazer um canal de irrigação para sua lavoura. Sabe-se que depois de 20 anos esse canal terá um custo mensal de R\$1 000,00 em manutenção. Quanto esse agricultor terá de aplicar mensalmente, a juros de 1% a.m, a partir de hoje, de modo que assegure a manutenção perpétua?

## 5.3 Sistema de Amortização

Um empréstimo ou um financiamento é uma forma de se contrair um valor, denominado principal. Esse valor, recebido nessa operação, terá que ser restituído à respectiva instituição financeira. Evidentemente, o valor devolvido será acrescido de juros. As formas de devolução do principal com os juros são chamados de Sistema de Amortização.

Os sistemas de amortizações mais usados hoje em dia são:

- Sistema de Amortização Constante- SAC.
- Sistema Francês de Amortização- PRICE.

### 5.3.1 Sistema de Amortização Constante- SAC

O SAC é muito utilizado para financiamentos de longos prazos, como no sistema financeiro de habitação brasileiro. Consiste em um sistema de amortização de uma dívida em prestações periódicas, sucessivas e decrescentes em progressão aritmética, em que o valor da prestação é composto por uma parcela de juros uniformes decrescentes e outra de amortização que permanece constante.

Sendo  $D_0$  a dívida inicial,  $n$  o número de parcelas e  $A_k$  amortização correspondente à parcela K, temos:  $A_k = \frac{D_0}{n}$ .

O saldo devedor  $D_k$  após K amortizações será:

$$D_k = D_0 - \left(K \times \frac{D_0}{n}\right) = \left(1 - \frac{k}{n}\right) \times D_0$$

Os juros em uma determinada parcela K são

$$J_k = i \times D_{k-1} = i \times \left(1 - \frac{k-1}{n}\right) \times D_0,$$

onde  $i$  representa a taxa de juros mensal.

Logo, o valor da prestação  $P_k$  será

$$P_k = A_k + J_k$$

**Exemplo 19.** Fazer a representação, em uma tabela, de um empréstimo de R\$200 000,00 que será pago pelo Sistema SAC, em 25 prestações mensais, a juros efetivos de 1% a. m..

**Solução:**

Calculando primeiro o valor das amortizações

$$A = \frac{200000}{25} = 8000.$$

Os juros de cada mês são calculados multiplicando o saldo devedor do mês anterior pela taxa de juros. O valor de cada prestação é dado pela soma dos juros do mês com a amortização, como mostra a Figura 5.6

Parc	Saldo Inicial	Juros	Saldo Atualizado	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
1	200.000,00	2.000,00	202.000,00	8.000,00	10.000,00	192.000,00
2	192.000,00	1.920,00	193.920,00	8.000,00	9.920,00	184.000,00
3	184.000,00	1.840,00	185.840,00	8.000,00	9.840,00	176.000,00
4	176.000,00	1.760,00	177.760,00	8.000,00	9.760,00	168.000,00
5	168.000,00	1.680,00	169.680,00	8.000,00	9.680,00	160.000,00
6	160.000,00	1.600,00	161.600,00	8.000,00	9.600,00	152.000,00
7	152.000,00	1.520,00	153.520,00	8.000,00	9.520,00	144.000,00
8	144.000,00	1.440,00	145.440,00	8.000,00	9.440,00	136.000,00
9	136.000,00	1.360,00	137.360,00	8.000,00	9.360,00	128.000,00
10	128.000,00	1.280,00	129.280,00	8.000,00	9.280,00	120.000,00
11	120.000,00	1.200,00	121.200,00	8.000,00	9.200,00	112.000,00
12	112.000,00	1.120,00	113.120,00	8.000,00	9.120,00	104.000,00
13	104.000,00	1.040,00	105.040,00	8.000,00	9.040,00	96.000,00
14	96.000,00	960,00	96.960,00	8.000,00	8.960,00	88.000,00
15	88.000,00	880,00	88.880,00	8.000,00	8.880,00	80.000,00
16	80.000,00	800,00	80.800,00	8.000,00	8.800,00	72.000,00
17	72.000,00	720,00	72.720,00	8.000,00	8.720,00	64.000,00
18	64.000,00	640,00	64.640,00	8.000,00	8.640,00	56.000,00
19	56.000,00	560,00	56.560,00	8.000,00	8.560,00	48.000,00
20	48.000,00	480,00	48.480,00	8.000,00	8.480,00	40.000,00
21	40.000,00	400,00	40.400,00	8.000,00	8.400,00	32.000,00
22	32.000,00	320,00	32.320,00	8.000,00	8.320,00	24.000,00
23	24.000,00	240,00	24.240,00	8.000,00	8.240,00	16.000,00
24	16.000,00	160,00	16.160,00	8.000,00	8.160,00	8.000,00
25	8.000,00	80,00	8.080,00	8.000,00	8.080,00	

Figura 5.6: Demonstrativo de um empréstimo de R\$200 000,00 que será pago pelo Sistema SAC, em 25 prestações mensais, a juros efetivos de 1% a. m.

### Atividades propostas

1- Para a realização do sonho de obter o seu sítio, Marisa deve recorrer a um empréstimo em uma instituição bancária. O empréstimo de R\$60 000,00 será devolvido de

acordo com o sistema de amortização constante (SAC) em 120 prestações mensais à taxa de 1% a.m.

- a) Construa a planilha (usando o Excel), referente as cinco primeiras prestações.
- b) O que acontece com as parcelas que Marisa deve pagar, com o passar do tempo?
- c) Qual será o valor da 21ª prestação?

**Considerações:** espera-se que os alunos ao responderem o item b) observem que as prestações formam uma progressão aritmética de razão  $r$  igual a  $-5$  e que usando  $a_n = a_1 + (n - 1).r$ , com  $a_n$  sendo o último termo,  $a_1$  o primeiro termo e  $n$  o número de termos da sequência, é possível encontrar o 21º termo.

O professor deve, ainda, mostrar que é possível encontrar o valor da 21ª prestação selecionando a planilha até a linha 23.

2- Um empréstimo de R\$90 000,00 deve ser devolvido de acordo com o sistema de amortização constante em 180 prestações mensais à taxa de juros de 1% a.m.

- a) Construa a planilha (no Excel) com as quatro primeiras prestações.
- b) Determine o valor da prestação de número 38 e o valor dos juros cobrados nessa prestação.
- c) O que acontece com os juros que são pagos nesse empréstimo, com o passar do tempo?
- d) Qual é o saldo devedor correspondente ao mês 21º?

**Considerações:** espera-se que o aluno ao responder o item c) perceba que os juros também estão em progressão aritmética.

### 5.3.2 Sistema Francês de Amortização - PRICE

Conhecido como Sistema Price, esse sistema é muito utilizado em todos os setores financeiros, por meio do crédito direto ao consumidor, principalmente nas compras a prazo de bens de consumo. Consiste em um sistema de amortização com prestações iguais e sucessivas, em que cada prestação é composta por duas parcelas: juros e amortização do capital. O cálculo baseia-se numa série uniforme de pagamentos. Sendo pagamentos  $P_k$  iguais, com  $n$  o número de parcelas,  $i$  a taxa de juros,  $D_0$  o valor inicial da dívida, temos a seguinte equação que representa o financiamento:

$$D_0 = \frac{P}{(1+i)^1} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \dots + \frac{P}{(1+i)^n},$$

com  $P = P_k$

$$D_0 = P \times \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n}$$

e como consequência

$$P = P_k = D_0 \cdot \frac{(1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1}$$

Os juros  $J_k$  em cada parcela são calculados multiplicando a taxa pelo valor do saldo anterior  $D_{k-1}$ .

$$J_k = i \times D_{k-1}$$

Como cada prestação é dada pela soma dos juros e da amortização  $A_k$ , logo



$$A_k = P - J_k$$

**Exemplo 20.** Fazer a representação, em uma tabela, de uma dívida de R\$1 500,00 que é paga em 24 meses pelo sistema Price com juros de 8% a.m.

**Solução**

Calculando primeiro o valor das prestações

$$P = 1500 \times \frac{(1 + 0,08)^{24} 0,08}{(1 + 0,08)^{24} - 1} = 142,4669424$$

Os juros são calculados multiplicando o saldo devedor do mês anterior pela taxa de juros. O valor da amortização em cada mês é a diferença entre a prestação e os juros do mês. Essa atividade também pode ser feita usando o site do Laboratório Virtual da Matemática<sup>1</sup> conforme Figuras 5.7 e 5.8

**Cálculo do valor da prestação mensal fixa e construção da planilha de amortização - Sistema Francês**

Digite o preço a vista ou capital inicial financiado Use ponto em vez de vírgula para separar os centavos. Ex: 145.50	1500.00
Digite a taxa porcentual mensal Ex. 5	8
Digite o número de parcelas sem contar a entrada Ex. 4	24
Digite <b>1</b> se tiver da <b>entrada</b> incluída no capital inicial ou no preço à vista fornecido no primeira linha. Digite <b>0</b> se não tiver entrada ou se esta já foi descontada no primeiro item.	0
Calcular a prestação e mostrar a planilha de amortização	

Figura 5.7: Demonstrativo de Sistema Francês de Amortização

<sup>1</sup>Disponíveis em <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/medio/index.html>, acesso 20/01/2016.

Mês	Saldo Devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	1500.00	0.00	0.00	0
1	1477.54	22.47	120.00	142.47
2	1453.27	24.27	118.21	142.47
3	1427.07	26.21	116.27	142.47
4	1398.77	28.31	114.17	142.47
5	1368.20	30.57	111.91	142.47
6	1335.19	33.02	109.46	142.47
7	1299.54	35.66	106.82	142.47
8	1261.03	38.51	103.97	142.47
9	1219.45	41.59	100.89	142.47
10	1174.54	44.92	97.56	142.47
11	1126.03	48.51	93.97	142.47
12	1073.65	52.39	90.09	142.47
13	1017.07	56.58	85.90	142.47
14	955.97	61.11	81.37	142.47
15	889.98	65.99	76.48	142.47
16	818.71	71.27	71.20	142.47
17	741.74	76.98	65.50	142.47
18	658.61	83.13	59.34	142.47
19	568.83	89.78	52.69	142.47
20	471.87	96.97	45.51	142.47
21	367.15	104.72	37.75	142.47
22	254.06	113.10	29.38	142.47
23	131.92	122.15	20.33	142.47
24	0.00	131.92	10.56	142.47

Figura 5.8: Demonstrativo de um Capital inicial: R\$1 500,00; taxa mensal efetiva: 8%am; número de parcelas:24; valor de cada parcela: R\$142,47.

### Atividades propostas

1-Suponha que sua família vá comprar uma roçadeira que custa R\$1 200,00, para pagamento à vista. Caso vocês queiram parcelar o produto, será cobrado uma taxa de juros no valor de 2% a.m. Considerando que vocês escolham comprar a roçadeira pagando em 12 parcelas iguais, calcule o valor dos juros cobrados utilizando o sistema Price. Construa a planilha que representa essa situação. Os juros estão em progressão aritmética?

2-Um agricultor resolve comprar um caminhão (usado) para agilizar os serviços no sítio. Esse caminhão custa R\$50 000,00 com pagamento feito em 120 parcelas iguais a uma taxa de 2% a.m. Considerando o sistema Price de amortização, responda.

- Calcule o valor da prestação.
- Calcule o valor total de juros pagos nessa compra.
- O que vai acontecendo com as amortizações com o passar dos meses?

**Considerações:** as atividades proposta podem ser feitas utilizando as planilhas do Laboratório Virtual de Matemática.

O entendimento do sistema econômico, por parte dos adolescentes, jovens e adultos é algo que apresenta certo grau de complexidade, portanto, o trabalho da escola articulando o saber formal, adquirido e o informal, por meio da prática, pode levar o estudante a uma reflexão sobre questões da Matemática Financeira e com isso um entendimento mais efetivo de tal conteúdo. Espera-se que os tópicos estudados e as atividades propostas nos capítulos 3, 4 e 5 sirvam de auxílio ao professor para que durante o seu trabalho, em sala de aula, possa levar o indivíduo ou grupo: a raciocinar sobre as situações do cotidiano, a encontrar soluções adequadas para resolução de problemas envolvendo a Matemática Financeira e até soluções adequadas para a sua vida e dos seus familiares.

# Capítulo 6

## Mercado Futuro

Será colocado neste capítulo, como forma de curiosidade, o funcionamento dos contratos futuros e a possibilidade de uso desses contratos de venda para os cafeicultores da região.

### 6.1 Contrato Futuro: como funciona?

Na Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) e Bovespa são feitas negociações de contratos e minicontratos futuros de ativos financeiros ou *commodities*. Pode ser feita a negociação de um produto que ainda não existe no mercado, por um preço predeterminado para liquidação em uma data futura preestabelecida. A BM&FBOVESPA oferece, aos investidores, a possibilidade de o contrato ser negociado antes mesmo da existência do produto. Essa forma de negociação possibilita a proteção contra as oscilações dos preços. Segundo Reinalda Souza Oliveira [24],

*Através do mercado futuro, os produtores agropecuários têm a possibilidade de administrar os riscos relacionados ao preço, uma vez que, na época do plantio, podem prever a rentabilidade mínima futura à medida que são determinados, no ato da negociação do contrato, os preços futuros dos produtos a serem plantados ou comercializados. Essa atividade, de seguro de preço, é conhecida como hedge e os agentes que transacionam em Bolsa de Futuros como hedgers ou especuladores (2013, p.10).*

No caso do café, a BM&FBOVESPA disponibiliza contratos de Café Arábica Futuro com vencimento nos meses de março, maio, julho, setembro e dezembro, o que possibilita ao investidor apostar na valorização (compra) ou na desvalorização (venda) desta *commodity* em diferentes prazos. Os contratos com Café Arábica Futuro são realizados por telefone, através da Mesa de Operações das corretoras de valores mobiliários. O investidor pode negociar seus contratos futuros de café diretamente de seu computador, *tablet* ou telefone celular, por meio de plataformas eletrônicas de negociação (*Home Broker*) integradas à plataforma *WebTrading* da BM&FBOVESPA, disponibilizadas por corretoras. Além disso o investidor ou produtor pode acompanhar as oscilações e ajustes dos preços diariamente. Influenciados por fatores de oferta e demanda, os preços futuros se alteram a todo momento, variando para cima ou para baixo do nível estabelecido em contrato. Portanto, as posições em aberto são ajustadas, ao final de cada pregão, e o preço de ajuste do dia é estabelecido conforme regras da BM&FBOVESPA, com movimentação financeira no dia útil subsequente. O ajuste diário é calculado até o dia anterior ao dia de

alocação do Aviso de Entrega. O valor do ajuste diário, se positivo, será creditado ao titular da posição compradora e debitado ao titular da vendedora. Caso o valor seja negativo, será debitado ao comprador e creditado ao vendedor. Um contrato futuro de café arábica pode ser liquidado a qualquer tempo, antes do vencimento, por meio da realização de operação de natureza oposta à originalmente efetuada pelo participante. Se esse vendeu contratos de café ao abrir sua posição, deve comprar o mesmo número de contratos (para o mesmo vencimento) para encerrá-la, ou vice-versa. Outra alternativa de liquidação é a entrega física da mercadoria (grão cru de café). As partes negociadoras operam em ambiente ativo e dinâmico, o que lhes permite liquidar suas posições a qualquer momento.

## 6.2 Contrato de venda: garantia de preço para o agricultor da região de Manhuaçu?

O produtor de café exerce o papel de um gestor de negócios, pois ele precisa plantar, colher e vender seu produto. As colheitas de café possuem ciclos anuais<sup>1</sup> e como a atividade com a cafeicultura exige investimentos a longo prazo, inicialmente é necessário o produtor custear as despesas relacionadas à produção e, em seguida, projetar um lucro no momento da venda. A obtenção desses lucros com a cafeicultura está diretamente ligada aos riscos que se baseiam em questões climáticas, como possibilidades de chuvas ou períodos de secas e aos riscos de preços que estão relacionados ao mercado no momento da comercialização dos grãos. Como forma de se proteger desses riscos é que os mercados futuros são usados, é possível prever com antecedência de vários meses o preço que será recebido pelo café no momento da entrega ou recebimento do mesmo. Os contratos da BM&FBOVESPA possuem a opção de venda do produto ou de compra. Supondo que o agricultor aposta na desvalorização do café após a colheita ou durante a colheita, logo ele pode vender seu produto na BM&FBOVESPA se achar que já garante um lucro satisfatório. Por meio do contrato de venda, o agricultor tem a opção de vender seu café e, entregar ou não o seu produto (os grãos de café), em um prazo estabelecido no contrato de venda. Caso o preço desvalorize conforme o produtor já esperava no ato da venda, ele terá garantido o preço do seu café e poderá entregar os seus grãos mantendo o lucro esperado. Se, por outro lado, o preço do café não cair, ou seja, o preço subir, o produtor terá que pagar essa margem de alta ou ajuste. Mas mesmo assim não ficará somente com prejuízo, pois o produtor poderá vender seus grãos no preço do mercado local que também irá subir, ficando assim sem lucro, mas também sem prejuízo, arcando apenas com as despesas das transações (impostos e corretagens) que são valores relativamente baixos.

A seguir tem-se um exemplo fictício de uma negociação de contrato de venda: Pedro é um produtor de café e acredita que o café deve cair de preço nos próximos meses. Ele colhe 50 sacas de café com um custo de produção de R\$380,00 cada saca de 60kg, deseja obter um lucro de R\$100,00 por cada saca produzida. Para assegurar o lucro que Pedro deseja obter, ele deve vender seu café no valor de R\$480,00 cada saca. Observando o mercado da commodity Pedro verificou que tem a possibilidade de um contrato de venda na BM&FBOVESPA, para vencimento em julho, no valor de R\$480,00 a saca de 60 kg. Sabendo que essa transação tem como despesas de impostos e corretagem um valor aproximado de 0,5% sobre a venda, vamos analisar

---

<sup>1</sup>As colheitas do café acontecem anualmente, mas a primeira colheita só acontece após dois anos de plantio e mesmo assim em volume bem menor.

as situações possíveis para o preço do café quando chegar o mês de julho: o preço realmente cai, o preço continuou o mesmo ou o preço subiu (na data do vencimento do contrato).

I) No mês de julho, na data do vencimento do contrato, o preço caiu para R\$450,00. As 50 sacas de café vendidas por R\$480,00 cada, resultam em um contrato no valor total de R\$24 000,00. Como o preço caiu para R\$450,00 cada saca, o total de 50 sacas vale R\$22 500,00 e após ajuste, foi creditado na conta de Pedro essa margem de lucro(ajuste).

$$24000 - 22500 = 1500$$

Portanto R\$1500,00 é a margem de lucro. Foi retirado as despesas, no valor aproximado de R\$120,00 dessa margem de lucro e Pedro entregou seus grãos obtendo um lucro líquido o valor de R\$1 380,00.

II) No mês de julho, na data do vencimento do contrato, o preço do café continuou R\$480,00. Nesse caso, após fazer o ajuste, o produtor não obteve margem de lucro nem de prejuízo junto à BM&FBOVESPA. As despesas aproximadas de R\$120,00 referentes a transação foram pagas pelo produtor e ele ficou somente com o prejuízo de R\$120,00.

III) No mês de julho, na data do vencimento do contrato, o preço subiu para R\$510,00 cada saca de café de 60 kg, resultando em R\$25 500,00 no total. Nesse caso, o produtor pagou de despesas R\$120,00 e teve de pagar, uma margem de ajuste no valor de R\$1620,00.

$$25620 - 24000 = 1620$$

Em contrapartida, seus grãos de café também sofreram a mesma alta do mercado e puderam ser vendidos no valor de R\$510,00. Assim, o produtor teve um prejuízo apenas das taxas pagas pela transação.

A mesma análise pode ser feita no caso de o produtor acreditar em uma alta nos preços, ou seja, na valorização do café e fazer um contrato na BM&FBOVESPA de compras. Nesse caso, seria mais uma especulação de mercado por parte do produtor, visto que não exige entrega do produto, somente o recebimento. Portanto, as negociações de contratos e minicontratos futuros envolvendo a *commoditie*(café) podem favorecer ao produtor certa garantia de preço de seu produto. De acordo com Clelio Maia Santos [28]

*A cobertura dos seus custos de produção provinda da fixação de um preço de venda e garantindo-lhe uma margem de lucro é a grande vantagem do vendedor, pois dá tranquilidade para que a sua produção seja bem cuidada, tendo em vista que terá eliminado um significativo fator de incerteza ( 2012).*

A principal dificuldade a ser enfrentada pelos produtores da região, nesse tipo de transação envolvendo compra ou venda da *commoditie*(café), por meio de contratos e minicontratos futuros, seria no momento da entrega do produto. Segundo o gerente do banco que foi entrevistado, como a região de Manhauçu não tem muitas movimentações nesse sentido, os locais para entrega não são próximos ao município e a entrega do produto acaba ficando com um custo alto. É esperado que, aumentando esse tipo de negociação na região, também seja estabelecido locais credenciados para entrega da mercadoria (grãos do café).

# Conclusão

O processo de ensino e aprendizagem realizado pela escola deve exercer sua função social que é a de formar futuros cidadãos capazes de pensar, analisar, criticar, construir, argumentar e, principalmente, que os conteúdos ensinados sejam pertinentes e ajudem o indivíduo a fazer escolhas, seja na construção de um projeto de vida pessoal ou na vida profissional. Nessa perspectiva, as propostas de tarefas para uso em sala de aula, apresentadas neste trabalho, são formas de auxílio à inserção do estudante em contextos onde há situações presentes do seu dia a dia. Dessa forma, espera-se incentivá-los ao aprendizado tanto de conteúdos matemáticos quanto de temas que os levem a análises de vantagens e desvantagens nas transações comerciais. Ter habilidades para fazer uma análise crítica sobre as transações comerciais existentes pode levar o indivíduo a tomar decisões conscientes a respeito de sua vida financeira e, conseqüentemente, gerir os suas finanças com racionalidade e eficiência. Além disso, quando o estudo dos conceitos sobre Matemática Financeira, envolvendo fórmulas e cálculos, aproxima-se da vida real do estudante, pode-se despertar um desejo em saber mais sobre o assunto e isso pode ser um ponto inicial para que se torne estimulante o processo de aprendizado.

# Bibliografia

- [1] AQUINO, Felipe. *Juros:Sim ou Não*. Disponível em <http://cleofas.com.br/juros-sim-ou-nao-eb/>. Acesso em 16/08/2015.
- [2] ARAÚJO, Regina Magna Bonifácio. *Alfabetização econômica: compromisso social na educação das crianças*. São Bernardo do Campo: Universidade Metodista de São Paulo, 2009.
- [3] BANCO CENTRAL DO BRASIL. *Bolsas de mercadorias e futuros*. Disponível em <http://www.bcb.gov.br/pre/composicao/bmf.asp>. Acesso 20/01/2016.
- [4] BANCO CENTRAL DO BRASIL. *Programa Nacional de Fortalecimento da Agricultura Familiar - Pronaf*. Disponível em <http://www.bcb.gov.br/?PRONAFFAQ>. Acesso 20/01/2016.
- [5] BRASIL, Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio*. Brasília: Ministério da Educação 1999.
- [6] CASA DA MOEDA DO BRASIL - CMB. *Origem do Dinheiro*. Disponível em <http://www.casadamoeda.gov.br/portal/a-empresa/sobre-a-cmb/origem-do-dinheiro.html>. Acesso em 28/01/2016.
- [7] CERBASI, G. *Filhos inteligentes enriquecem sozinhos*. Brasil: Ed. Gente, 2006.
- [8] EWALD, Luís Carlos. *Sobrou dinheiro!: lições de economia doméstica*. Bertrand Brasil, 2008.
- [9] GIANNETI, Eduardo. *O valor do amanhã: ensaio sobre a natureza dos juros*. 2ª edição. ed. São Paulo: Companhia das Letras, p. 36, 2012.
- [10] GONÇALVES, Jean Piton. *A História da Matemática*. Disponível em <http://www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira.php>. Acesso em 16/08/2015.
- [11] HOFMANN, Ruth Margareth; MORO, Maria Lucia Faria. *Educação matemática e educação financeira: perspectivas para a ENEF*. Zetetiké: Revista de Educação Matemática, v. 20, n. 38, p. 37-54, 2013. Disponível em <https://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/index.php/zetetike/article/view/2814>. Acesso em 28/01/2016.
- [12] IFRAH, G. *História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo* Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v. 1.
- [13] LEI Nº 9.394/96. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Art.01*. Disponível em [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm). Acesso em 15/01/2016.

- [14] LEI Nº 8.069/90. *Estatuto da Criança e do Adolescente . Art.53*. Disponível em em [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L\\_9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L_9394.htm). Acesso em 15/01/2016.
- [15] LIMA, Elon Lages . *A matemática do ensino médio - volume 2*. Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto César Morgado. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM 2006.
- [16] MAUÉS, Olgaíses Cabral . *A política da OCDE para a educação e a formação docente.A nova regulação?* Disponível em <http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/faced/article/viewFile/5033/6130>. Acesso em 10/09/2015.
- [17] NETO, Alexandre Assaf. *Matemática financeira e suas aplicações*. 12. ed. São Paulo. Atlas, 2012.
- [18] MUNIZ JR, Ivail. *Educação Financeira: conceitos e contextos para o Ensino Médio*. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador: SBEM, 2010. Disponível em <http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/CC/T1CC2101.pdf>. Acesso em 25/11/2015.
- [19] NEGRI, Ana Lucia Lemes . *Educação financeira para o ensino médio da rede pública: uma proposta inovadora* Dissertação (Mestrado em Educação) - UNISAL. Americana, 2010. Disponível em: <http://www.farolnet.com.br/unisal/> Acesso em 19/05/2014.
- [20] OLIVEIRA, Reinalda Souza . *O uso de mercados futuros como instrumento de Hedging para o agronegócio do café e da soja na Bahia*. 2013. Disponível em [http://www.repositorio.ufrb.edu.br/bitstream/123456789/627/1/REINALDA % 20 SOUZA%20 OLIVEIRA.pdf](http://www.repositorio.ufrb.edu.br/bitstream/123456789/627/1/REINALDA%20SOUZA%20OLIVEIRA.pdf). Acesso em 12/01/2016.
- [21] PATEL, Raj. *O valor de nada: por que tudo custa mais caro do que pensamos*. tradução Vania Cury. Rio de Janeiro: Zahar, 2010.
- [22] PCN. BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. . *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- [23] PIAGET, Jean. *A Equilibração das Estruturas Cognitivas: Problema Central Desenvolvimento*. Rio de Janeiro, RJ: Zahar Editores, 1976.
- [24] ROBERT, Jozsef. *A origem do dinheiro*. 2ª edição São Paulo: Global, 1989.
- [25] ROSETTI JUNIOR, HELIO; SCHIMIGUEL, J.. *A história do dinheiro e a educação matemática financeira*. Do site: <http://www.administradores.com.br/informe-se/artigos/ahistoria-do-dinheiro-ea-educacao-matematica-financeira/51112/>. Em, v. 22, n. 08, 2011. Acesso em 23/08/2015.
- [26] SCHNEIDER, I. J. *Matemática financeira: um conhecimento importante e necessário para a vida das pessoas*. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2008. Disponível em <https://secure.upf.br/pdf/2008IdoJoseSchneider.pdf>. Acesso em 15/01/2016.
- [27] SÁ, Ilydio Pereira de. *Matemática Financeira para Educadores e Críticos*. Editora Ciência Moderna Ltda. Rio de Janeiro, 2011.



- [28] SANTOS, Clelio Maia. *Mercado Futuro de Café: um estudo de caso*. Registro Contábil, v. 3, n. 1, p. 62-84, 2012. Disponível em <http://www.seer.ufal.br/index.php/registrocontabil/article/view/303>. Acesso em 13/01/2016.
- [29] SALDANA, Paulo. *Adultos não sabem matemática básica, segundo pesquisas*. O Estado de São Paulo, São Paulo, 01 de novembro de 2015. Disponível em <http://educacao.estadao.com.br/noticias/geral,adultos-nao-sabem-matematica-basica-segundo-pesquisa,1789357>. Acesso em 28/01/2016.
- [30] STEPHANI, Marcos. *EDUCAÇÃO FINANCEIRA: uma perspectiva interdisciplinar na construção da autonomia do aluno*. 2005. Disponível em <http://meriva.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/3100/1/000342428-Texto%2bCompleto-0.pdf>. Acesso 12/10/2015.